ECONOMIA DE LA INFORMACION Y DE LA INCERTIDUMBRE
EJERCICIOS (TEORIA DE JUEGOS)

Ejercicio 1. Aplicando el concepto de estrategias estrictamente dominadas al siguiente juego, ¿qué estrategias podemos estar seguros de que *nunca* se jugarán? En cada eliminación, explicite qué supuesto necesita hacer acerca del jugador correspondiente. Nota: El pago izquierdo es siempre el del jugador fila.

	C1	**C2**	**C3**
F1	8, 2	1, 1	4, 0
F2	0, 2	5, 1	1, 0
F3	1, 3	0, 100	9, 0

Solución: C3 es una mala opción para Columna, pues está estrictamente dominada tanto por C1 como por C2. Si Columna es racional, por tanto, nunca jugará C3. Y si Fila sabe que Columna es racional sabrá anticipar lo anterior y por tanto prever que sólo puede ocurrir lo siguiente:

	C1	**C2**
F1	8, 2	1, 1
F2	0, 2	5, 1
F3	1, 3	0, 100

En este caso, F3 da siempre un pago estrictamente menor que F1. Por tanto, Fila no jugará F3. Si Columna sabe que Fila sabe que Columna es Racional, será capaz de realizar todo el razonamiento anterior, y en ese caso observará que C2 es una mala estrategia pues está estrictamente dominada por C1. Por eliminación, todo esto conduce a que Columna elegirá C1. Si la racionalidad es de conocimiento público, Fila finalmente elegirá F1, que es mejor que F2 como respuesta a C1.

Ejercicio 2. El siguiente juego tiene sólo dos estrategias (una para cada jugador) que sobreviven la eliminación iterada de estrategias estrictamente dominadas, ¿cuáles son? Razone su respuesta y mencione, al eliminar cada estrategia, qué hipótesis hay que hacer sobre la racionalidad de los jugadores (o sobre lo que saben los jugadores) para poder eliminarla.

	C1	C2	C3	C4
F1	7, 0	10, 100	15, 104	2, 3
F2	0, 16	10, 0	0, 15	0,4
F3	20, 9	8, 0	11, 10	0, 5
F4	14, 20	2, 300	10, 7	10, 6

Solución: observamos primero de todo que C4 está estrictamente dominada por C3 (pues 104 > 3; 15 > 4; 10 > 5; 7 > 6). Si columna es racional, nunca elegirá C4. Si Fila sabe anticipar todo lo anterior –lo cual requiere saber que Columna es racional–, entenderá que los únicos resultados posibles son:

	C1	C2	C3
F1	7, 0	10, 100	15, 104
F2	0, 16	10, 0	0, 15
F3	20, 9	8, 0	11, 10
F4	14, 20	2, 300	10, 7

Pero en esta nueva sub-matriz la estrategia F4 está dominada por la F3, pues 20 > 14; 8 > 2; 11 > 10. Fila no jugará por tanto F4. Suponiendo ahora que Columna anticipa todo lo anterior – lo cual requiere saber que Fila sabe que Columna es racional–, Columna inferirá que los únicos resultados posibles son:

	C1	C2	C3
F1	7, 0	10, 100	15, 104
F2	0, 16	10, 0	0, 15
F3	20, 9	8, 0	11, 10

En este caso, C2 está dominada por C3, con lo cual Columna no jugará C2. Anticipando esto y suponiendo por resumir que la racionalidad es de conocimiento público, Fila no debería jugar F2 pues está dominada tanto por F1 como por F3. Bajo el mismo supuesto, se sigue que Columna no debería elegir C1, dominada por C3. Y previendo todo lo anterior, Fila no elegirá F3. Por eliminación, concluimos que Fila elegirá F1 y Columna C3.

Ejercicio 3. ¿Cuáles son los equilibrios de Nash respectivos de los siguientes 2 juegos en forma estratégica? Mencione sólo los equilibrios en estrategias puras. Razone su respuesta.

	L	R
U	0,0	2,2
D	10,11	-1,0

	A	B
D	0,1	5,4
E	3,6	-1,0

Solución:

	L	R
U	0,0	2,2
D	10,11	-1,0

Equilibrios: (D; L) y (U, R)

	A	B
D	0,1	5,4
E	3,6	-1,0

Equilibrios: (E; A) y (D, B)

Ejercicio 4. Dos jugadores (A y B) están negociando cómo repartir 100 euros. El juego, una variante del denominado *Nash Bargaining Game*, procede del siguiente modo: Cada uno escribe *simultáneamente* una cantidad entre 0 y 100 (ambas incluidas), y si estas cantidades suman 100, entonces cada uno se lleva la cantidad que escribió. En caso contrario, ambos se llevan 0 euros. Suponga que a cada jugador sólo le interesa el dinero que él gane.

(a) ¿Si A piensa que B va a escribir 57, qué debería escribir A? ¿Y si pensase que B va a escribir 0? ¿Y si pensase 100?
(b) Teniendo lo anterior en cuenta, ¿cuáles son los equilibrios de Nash en estrategias puras de este juego? Razone su respuesta.
(c) ¿Qué cantidad cree usted más probable que escriba cada jugador?

Solución:
(a) Si A espera 57 de B, debería elegir obviamente 43. Si espera 0, debería elegir 100. Si espera 100, cualquier número que elija le va a dar la misma utilidad (0). En este último caso, por tanto, está indiferente entre cualquier número.
(b) Cualquier par de números (nA, nB) tal que nA + nB = 100 y nA, nB ∈ [0, 100] es un equilibrio porque ningún jugador puede mejorar su utilidad

cambiando unilateralmente su estrategia. Asimismo, el vector (100, 100) también es equilibrio de Nash, por la misma razón (ambos obtienen 0 de utilidad y no pueden mejorar este resultado con una desviación unilateral). En total, por tanto, hay 102 equilibrios.
(c) El equilibrio (50, 50) parece la predicción más intuitiva en este juego; un punto focal derivado de la igualdad de pagos.

Ejercicio 5. Dos individuos (A y B) tienen que escribir *por separado* una lista con algunas de estas 7 ciudades: Bilbao, Córdoba, Jaén, Lugo, Murcia, Oviedo y Sevilla. Pueden poner las que quieran, con sólo dos condiciones: La lista de A tiene que contener 'Sevilla', y la de B debe incluir 'Oviedo'. Cada uno gana 1000 euros si sus listas son exhaustivas y no se 'solapan' (es decir, si todas las ciudades aparecen, y cada ciudad aparece en una sola lista), y 0 euros en caso contrario. Suponga que a A y B sólo les importa su propia ganancia.

(a) Si B piensa que A va a escribir todas las ciudades menos Oviedo, ¿qué debería escribir B? ¿Y si B pensara que A sólo escribirá Sevilla?
(b) Basándose en lo anterior, deduzca cuáles son los equilibrios de Nash (en estrategias puras) de este juego. Razone su respuesta.
(c) Si el jugador A le pidiese consejo, ¿qué lista le recomendaría escribir?

Solución.
(a) Debería siempre escribir las que piense que no han sido elegidas por A. En el primer caso, 'Oviedo'. En el segundo 'Bilbao, Córdoba, Jaén, Lugo, Murcia y Oviedo'.
(b) Un equilibrio será cualquier par de listas, una para cada jugador, donde la lista de A contenga 'Sevilla', la de B contenga 'Oviedo', y en conjunto las dos listas sean exhaustivas y no solapadas.
(c) Podría argumentarse que el equilibrio en el que A elige 'Córdoba, Jaén, Murcia y Sevilla' y B elige 'Bilbao, Lugo y Oviedo' es una solución intuitiva hacia la que tenderán a coordinarse los jugadores (un punto focal). Nótese que la primera lista sólo incluye ciudades del sur, mientras que la segunda contiene ciudades del norte. De todos modos, se trata de una cuestión empírica y que probablemente dependerá de cada persona.

Ejercicio 6. En la película 'Rebelde sin causa', James Dean participa en el 'juego del gallina' con otro adolescente: Cada uno conduce a toda velocidad un coche hacia un acantilado; el primero que salta de su coche es un 'gallina'. Suponga que los dos prefieren ser el último en saltar, pero también saltar primero a no saltar, para así evitar despeñarse. En tal caso, podemos representar el juego en forma estratégica como (nota: Que los dos salten 'los últimos' se interpreta como que ninguno salta; que los dos salten 'los primeros' significa que los dos saltan al mismo tiempo):

	Saltar el último	Saltar el primero
Saltar el último	0,0	3,1
Saltar el primero	1,3	2,2

Halle los equilibrios de Nash en estrategias puras y mixtas. ¿Cuál es la interpretación intuitiva del equilibrio en mixtas? ¿Debemos entenderlo al pie de la letra, como que los jugadores eligen de un modo totalmente aleatorio?

Solución: Sea (r,1-r) la estrategia del jugador Fila y (s,1-s) la del jugador columna:

	S ULT	1-S PRIM
R ULT	0,0	3,1
1-R PRIM	1,3	2,2

La utilidad esperada del jugador fila es:

$$U_P^E = 0 \cdot rs + 3r(1-s) + 1(1-r)s + 2(1-r)(1-s) = r(1-2s) + 2 - s$$

Por tanto, su mejor respuesta es:

r=1 si	1-2s>0	$\Leftrightarrow$	si s<1/2
r$\in$[0,1] si	1-2s=0	$\Leftrightarrow$	si s=1/2
r=0 si	1-2s<0	$\Leftrightarrow$	si s>1/2

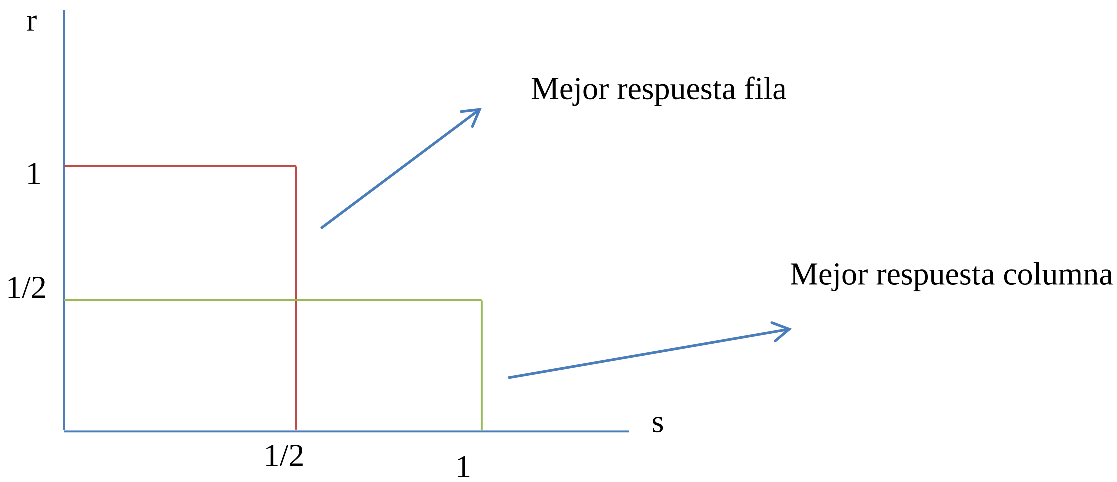
La utilidad esperada del jugador columna, asi como su mejor respuesta son:

$$U_P^E = 0 \cdot rs + 1r(1-s) + 3(1-r)s + 2(1-r)(1-s) = s(1-2r) + 2 - r$$

Por tanto, su mejor respuesta es:

s=1 si	1-2r>0	$\Leftrightarrow$	si r<1/2
s$\in$[0,1] si	1-2r=0	$\Leftrightarrow$	si r=1/2
s=0 si	1-2r<0	$\Leftrightarrow$	si r>1/2

Podemos graficar ambas mejores respuestas:



La solución se encuentra en las tres intersecciones: (0,1), (1/2,1/2) y (0,1).

Ejercicio 7. En 1944, el alto mando aliado planeaba el desembarco en el continente, que tendría lugar finalmente el 6 de Junio. Entre otras muchas cosas, era clave decidir el lugar donde desembarcar el grueso de las tropas. Vamos a modelar este problema como un juego. Supongamos que hay dos opciones (Normandía o Bretaña) y que tanto los aliados como los alemanes deben decidir simultáneamente en cuál de estos dos sitios posicionan sus tropas. Los alemanes pierden si ambos ejércitos posicionan sus tropas en distinto lugar, y ganan en caso contrario. Para los aliados es al revés. Por otro lado, los aliados prefieren ganar en Normandía (que está más cercana a París y la frontera alemana) que en Bretaña. La siguiente matriz de pagos busca resumir lo anterior (los aliados son el jugador Fila, y su pago el izquierdo en cada celda):

	Bretaña	Normandía
Bretaña	0, 1	1, 0
Normandía	2, 0	0, 1

Con un razonamiento similar al de clase (incluyendo una gráfica con las funciones de mejor respuesta de cada jugador), halle el equilibrio (o equilibrios) en estrategias mixtas de este juego (llame r a la probabilidad de que los aliados desembarquen en Bretaña, y s a la probabilidad de que los alemanes estacionen el grueso de sus tropas en Bretaña).

Solución: Sea (r,1-r) la estrategia del jugador Fila y (s,1-s) la del jugador columna:

	S B	1-S N
R B	0,1	1,0
1-R N	2,0	0,1

Para los aliados la utilidad esperada de su estrategia mixta es:

$$U_A^E = 0 \cdot rs + r(1-s)1 + (1-r)s2 + (1-r)(1-s) = 2S + r(1-3s)$$

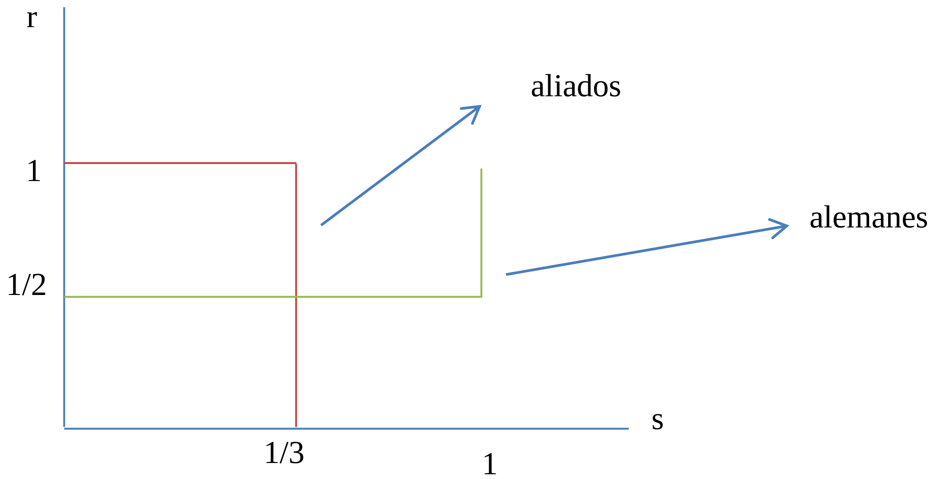
Por tanto, su mejor respuesta es:

r=1 si si s<1/3
r∈[0,1] si si s=1/3
r=0 si si s>1/3

La mejor respuesta de los alemanes son:

s=1 si si r<1/2
s∈[0,1] si si r=1/2
s=0 si si r>1/2

Podemos graficar ambas mejores respuestas:



El único equilibrio es r=1/2 y s= 1/3

Ejercicio 8. Dos partidos políticos (P1 y P2) se presentan a unas elecciones y deben elegir su programa electoral entre tres posibles alternativas (A, B, C). En estas elecciones hay 200 electores y las encuestas indican que 80 de ellos tienen las preferencias *A* >*B* > *C* , 60 de ellos las preferencias *B* > *A* > *C* , y los otros 60 preferencias *C* > *B* > *A*. Cada elector votará por el partido cuyo programa prefiera (de acuerdo con sus preferencias). Si ambos partidos ofrecen lo mismo, los votos se repartirán a medias. Para modelar esta situación como un juego simultáneo entre los dos partidos, asumimos por simplificar que el objetivo de cada uno es obtener más votos que el contrario. La utilidad obtenida en ese caso es 1, de 0 si ambos obtienen igual número de votos, y de -1 si se obtienen menos votos que el otro partido.

a) Represente el juego entre P1 y P2 por medio de una matriz de pagos. Especifique qué partido sitúa en filas, y a qué partido se refiere cada pago en una celda. Elija asimismo una celda cualquiera y explique por qué los pagos en esa celda son los indicados por usted.
b) Utilizando de manera iterada el concepto de estrategia estrictamente dominada, prediga qué programa elegirá cada partido.
c) Suponga ahora distintas preferencias de los electores: 80 tienen preferencias *A* > *B* > *C* , 60 preferencias *C* > *A* > *B* , y los otros 60 preferencias *B* > *C* > *A*. Con estos datos, indique la nueva matriz de pagos. ¿Tiene algún equilibrio de Nash en estrategias puras este juego?

Solución:

(a) Situamos al partido P1 en filas. En cada celda, su pago es el de la izquierda. Si por ejemplo P1 eligiera el programa A y P2 el programa B, 80 electores votarían por P1 pues prefieren el programa A al B, mientras que el resto de electores (120) votarían a P2 dado que prefieren el programa B al A. En esta situación, en consecuencia, ganaría P2 y perdería P1. Esto explica los pagos (-1, 1) en la celda correspondiente de la matriz de pagos:

	A	B	C
A	0, 0	-1, 1	1, -1
B	1, -1	0, 0	1, -1
C	-1, 1	-1, 1	0, 0

(b) Obviamente, ningún partido racional elegirá el programa C, que está estrictamente dominado por el programa B. Asumiendo que la racionalidad es de conocimiento público, los partidos anticiparán que el contrario nunca elegirá C. En ese caso, A está a su vez estrictamente dominada por B. Por tanto, ambos partidos elegirán el programa B. Esta solución es intuitiva, pues el programa B es preferido a cualquier otro por una mayoría de los electores, y asumimos que a los partidos sólo les interesa sacar la mayor cantidad de votos posible.
(c) Por un razonamiento análogo al del apartado (a), concluimos que la nueva matriz será la siguiente:

	A	B	C
A	0, 0	1, -1	-1, 1
B	-1, 1	0, 0	1, -1
C	1, -1	-1, 1	0, 0

Si analizamos cada vector de estrategias, observaremos que ninguno de ellos es equilibrio:
Siempre es posible para algún jugador desviarse unilateralmente y mejorar el pago. Nótese que las preferencias de los electores son tales que ningún programa es preferido a los otros dos por una mayoría de electores. Como resultado, siempre es posible mejorar el programa elegido por el contrincante. Obviamente, equilibrio no nos lleva a ninguna predicción concreta en este caso.

Ejercicio 9. Dos ganaderos llevan a pastar sus vacas a un terreno comunal de área 100. Las vacas se reparten el pasto de la parcela de manera uniforme. Por simplificar, suponemos que cada uno puede llevar 1, 3, o 5 vacas, y que sus decisiones son simultáneas. Los beneficios del ganadero *i* si lleva *ni* vacas son ni*100/*N-cni,* donde *N* denota el número total de vacas que lleven los ganaderos al terreno y *c* es el coste por vaca. Cada ganadero busca maximizar su beneficio.

(a) Represente la matriz de pagos para un coste por vaca *c* = 5 y halle el equilibrio o equilibrios de Nash.
(b) ¿Cree que en equilibrio se alcanza una situación socialmente óptima? Explique de manera intuitiva por qué los ganaderos son capaces (o no) de alcanzar un óptimo social.

Solución:
(a) La matriz de pagos es la siguiente (en cada celda, el pago izquierdo corresponde al jugador fila), donde los pagos han sido determinados aplicando la función indicada de beneficios a cada vector de estrategias:

	1	3	5
1	45; 45	20; 60	11,7; 58,3
3	60; 20	35; 35	22,5; 37,5
5	58,3; 11,7	37,5; 22,5	25; 25

El único equilibrio es (5, 5).
(b) Claramente no es una situación muy buena, en particular si comparamos con los beneficios si ambos llevasen 1 o 3 vacas. Llevando sólo una vaca cada uno, ganarían más. El problema es que cada par de vacas adicional suele beneficiar al vaquero que las lleva, pero perjudica al otro al tener éste menos espacio para pastar sus vacas. Además, el daño al otro por llevar más vacas es mayor que el beneficio propio. Pero como son egoístas, no tienen esto en cuenta.

Ejercicio 10. Cuatro jugadores con números de identificación (ID) 1, 2, 3 y 4 deben pujar *simultáneamente* por un objeto que todos ellos valoran en 1000 euros. Pueden pujar cualquier cantidad de euros, siempre que sea un número entero. El jugador que haga la mayor puja se lleva el objeto (en caso de empate, asumimos que se lo lleva el jugador de menor ID). Suponemos que la utilidad del jugador que obtenga el bien es igual a 1000 - p (donde p denota la puja de ese jugador) y la de cualquier otro es 0. Explique su respuesta a las siguientes preguntas:
a) ¿Es el vector de pujas (1200, 1200, 1200, 1200) un equilibrio de Nash?
b) ¿Es el vector de pujas (998, 998, 998, 998) un equilibrio de Nash?
c) ¿Es el vector de pujas (600, 0, 1000, 0) un equilibrio de Nash?
d) ¿Es el vector de pujas (0, 1000, 1000, 0) un equilibrio de Nash?
e) ¿Es el vector de pujas (999, 999, 999, 0) un equilibrio de Nash?
f) Indique *todos* los equilibrios de Nash de este juego.
g) Repita el apartado (f) suponiendo que hay sólo dos jugadores 1 y 2, que valoran el bien respectivamente en V1, V2 (V2 > V1).

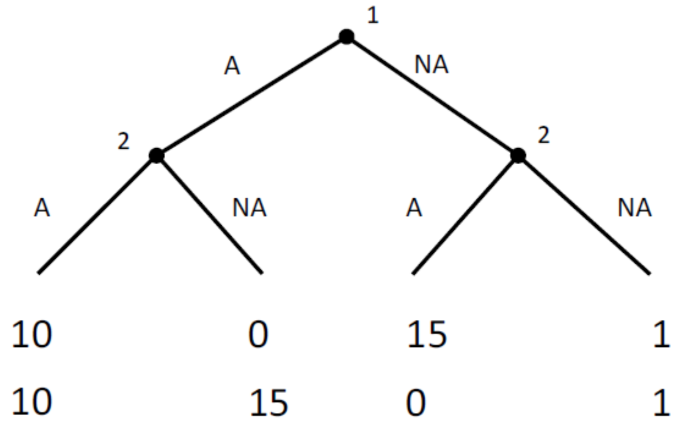
Solución:

a) **Respuesta**: NO. El jugador 1 obtendría una utilidad de -200 en este caso y podría mejorarla pujando menos por el bien. En ese caso no lo obtendría, y su utilidad sería 0. No tiene sentido pagar por un bien más de lo que lo valoras.
b) **Respuesta**: NO. El jugador 2 (o el 3, o el 4) obtiene una utilidad de 0 y podría obtener utilidad 1 si pujase 999, llevándose el bien. Nótese que las desviaciones indicadas son siempre unilaterales.
c) **Respuesta**: NO. El jugador 3 obtiene utilidad 0 y podría mejorar con una desviación unilateral como, por ejemplo, pujar 999 (en general, cualquier puja menor que 1000 pero mayor que 600 le daría una utilidad estrictamente positiva, dado lo que se espera que hagan los demás).
d) **Respuesta**: Sí, porque ningún jugador puede aumentar su utilidad de 0 cambiando unilateralmente su puja (nótese que pujar más de 1000 conllevaría una utilidad negativa).
Todos están jugando una mejor respuesta a lo que se espera que hagan los demás.
e) **Respuesta**: Sí. 1 no puede mejorar reduciendo la puja (perdería el bien) ni aumentándola, y los demás obtendrían utilidad negativa o como mucho 0 (la que obtienen con este vector) si variasen la puja.
f) **Respuesta**: Cualquier vector de pujas donde al menos 2 jugadores pujen 1000, o al menos 2 jugadores pujen 999 (entre ellos el jugador 1), y donde los otros jugadores pujen menos o como mucho igual. También cualquier vector de pujas donde un jugador con ID X (X ≠1) puje 1000, al menos otro jugador con ID < X puje 999, y los demás pujen 999 o por debajo. Ejemplo: (999, 500, 1000, 999).
g) **Respuesta**: Cualquier vector de pujas donde el jugador 2 puja un euro más que 1, y las pujas de ambos están en el intervalo [V1, V2].

Ejercicio 11. Considere el siguiente juego *dinámico* de dos jugadores: El jugador 1 escoge primero entre Ayudar (A) o No Ayudar (NA), y luego el jugador 2 decide a su vez si ayuda (A) o no (NA), *conociendo* la elección de 1. Cada jugador recibe una utilidad de 10 si ambos se ayudan y de 1 si nadie se ayuda. Asimismo, si un jugador ayuda y el otro no, el 'ayudante' obtiene 0 de utilidad y el 'no ayudante' 15.
a) Represente este juego en forma extensiva.
b) Represéntelo asimismo en forma estratégica (es decir, indique su matriz de pagos).
c) Indique el equilibrio (o equilibrios) de Nash en estrategias puras.
d) Halle *razonadamente* el único equilibrio perfecto de este juego (resuelva por inducción hacia atrás). Si lo hubiera, asimismo, indique un equilibrio no perfecto y una amenaza no creíble en éste.

Solución:

El árbol de decisión es el siguiente



Para la matriz de pagos, situamos por ejemplo al jugador 1 en filas. Nota: Las estrategias del jugador 2 indican primero el movimiento en su nodo izquierdo (es decir, lo que haría 2 si 1 eligiese A) y luego el movimiento en el nodo derecho (es decir, lo que haría 2 si 1 eligiese NA). Así, la estrategia (A, NA) significa que 2 ayudaría (A) si 1 hubiese elegido ayudar, y que no ayudaría (NA) si 1 hubiese elegido no ayudar.

	A, A	A, NA	NA, A	NA, NA
A	10, 10	10, 10	0, 15	0, 15
NA	15, 0	1, 1	15, 0	1, 1

Sólo hay un equilibrio de Nash: [NA; (NA, NA)]. Nota: Entre paréntesis la estrategia de equilibrio de 2.

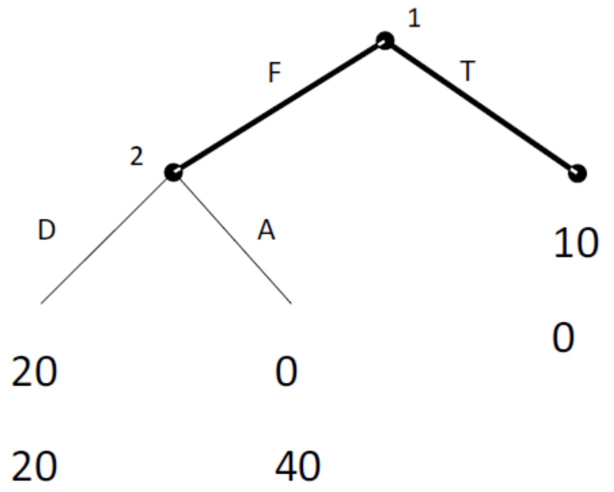
Para aplicar inducción hacia atrás, comenzamos el análisis por los nodos finales. Hay dos, los correspondientes al jugador 2. Si 2 tuviera que mover en el nodo de la izquierda, elegiría NA, pues esto le da un pago mayor que A (15 > 10). Por otro lado, si 2 tuviera que mover en el nodo de la derecha, elegiría también NA, pues esto le da un pago mayor que A (1 > 0).
Consideramos ahora el único nodo 'penúltimo', en este caso el del jugador 1. Como este jugador sabe anticipar lo que hará el jugador racional 2, se sigue que 1 elegirá NA, pues el pago subsiguiente (1) es mayor que el de elegir A (0). El equilibrio perfecto es, por tanto, [NA; (NA, NA)]. Por supuesto, no hay ningún equilibrio no perfecto (lógico pues sólo hay un equilibrio de Nash).

Ejercicio 12. En un juego con dos jugadores (1 y 2), el jugador 1 debe elegir primero entre terminar la relación (T) o fiarse (F) de 2. Si escoge T, el juego se termina: 1 gana 10€ y 2 nada. Si se fía, 2 puede ahora elegir entre devolver el favor (D) o aprovecharse de 1 (A). Elija 2 lo que elija, el

juego se acaba: Si 2 escoge D, ambos ganan 20€; mientras que si escoge A, 1 gana cero euros y 2 gana 40€. Supongamos por simplificar que la utilidad de los jugadores coincide con su pago monetario. En ese caso: (i) Represente el árbol del juego, (ii) halle la matriz de pagos, (iii) halle todos los equilibrios de Nash, (iv) indique cuál es el único equilibrio perfecto (razonando cómo lo obtiene).

Solución:

El árbol del juego es el siguiente:



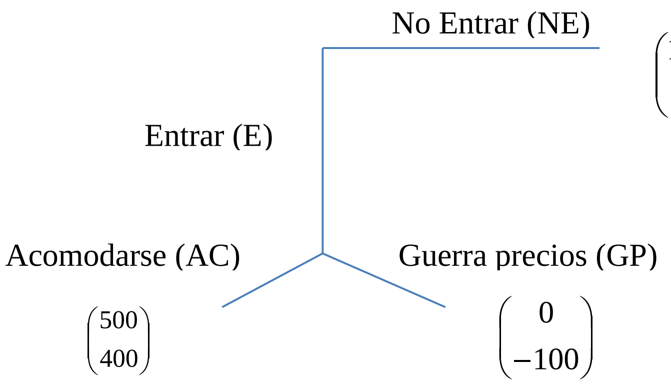
Para la matriz de pagos, situamos por ejemplo al jugador 1 en filas.

	D	A
F	20, 20	0, 40
T	10, 0	10, 0

Obviamente, sólo hay un equilibrio de Nash: (T; A). Como sólo hay uno, necesariamente tiene que ser perfecto, pero confirmémoslo por inducción hacia atrás. Hay un único nodo final, el del jugador 2. Si 2 tuviera que mover ahí, elegiría claramente A, pues esto le da una utilidad mayor que D (40 > 20). Consideramos ahora el único nodo 'penúltimo', en este caso el del jugador 1.
Como este jugador sabe anticipar lo que haría el jugador racional 2, se sigue que 1 elegirá T, pues el pago subsiguiente (10) es mayor que el de elegir F (0). El equilibrio perfecto se confirma que es (T; A).

Ejercicio 13. Considere un mercado donde inicialmente hay una sola empresa
(A) establecida, obteniendo unos beneficios de 1000€. Otra empresa (B) debe decidir si entrar o no en ese mercado. Los beneficios de B son 0 si no entra. Si entrase, la A podría optar por (i) acomodarse a la entrada de B y repartirse con ella el mercado y los beneficios, o (ii) resistirse a esa entrada, entrando en una guerra de precios con B; en ese caso los beneficios pasarían a ser nulos. Note asimismo que a los beneficios de B hay siempre que restarle (en caso de que B entre en el mercado) unos costes de instalación de 100€. Responda: (a) Represente el árbol de decisión de este juego, (b) represente la matriz de pagos de este juego, ¿cuántos equilibrios de Nash hay?, (c) ¿cuál es el equilibrio perfecto en subjuegos? ¿le parece una predicción realista?

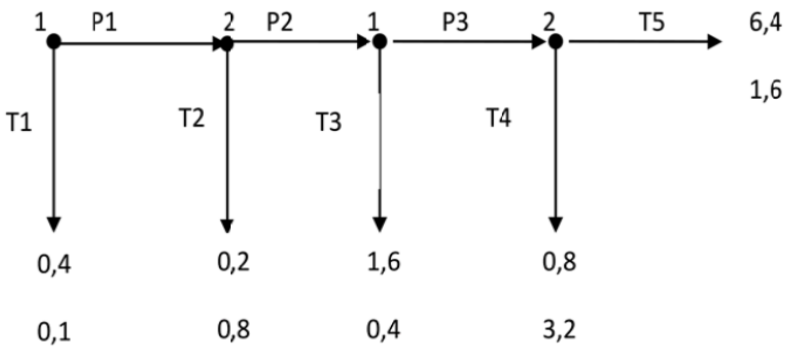
Solución:



	E	NE
AC	500,400	1000,0
GP	0,-100	1000,0

Tanto (AC,E) como (GP,NE) son equilibrios de Nash. Por inducción hacia atrás, observamos que A preferiría acomodarse si B entrase. Anticipando esto, B decidiría entrar. El único equilibrio perfecto es (AC,E).

Ejercicio 14. La figura muestra un juego de dos jugadores (1 y 2). El jugador 1 elige primero entre terminar (acción T1) o pasar el turno al otro jugador (acción P1). Si termina, se obtienen los pagos indicados (el pago superior es el de jugador 1). Si pasa, el otro jugador tiene que decidir de nuevo entre terminar o pasar el turno. Los jugadores pueden pasarse el turno un máximo de tres veces, en cuyo caso el jugador correspondiente (o sea, el jugador 2) podría escoger dos acciones distintas para terminar el juego (T4 y T5). (Nota: se llama juego del ciempiés a una variante donde es posible pasarse el turno hasta cien veces).



a) **A primera vista, ¿Cómo cree que actuarían los jugadores?**
b) **Enumere todas las estrategias posibles de cada jugador (antes de responder, asegúrese de entender bien la definición de estrategia).**
c) **Represente este juego en forma estratégica (con una matriz de pagos)**
d) **Indique todos los equilibrios de Nash en estrategias puras (pista: hay cuatro)**
e) **Algunos de estos equilibrios contienen amenazas no creíbles, esto es, predicen comportamientos no óptimos en algún nodo. Indique un ejemplo. Razone su respuesta.**
f) **Mencione todos los subjuegos de este juego (pista: hay más de dos).**
g) **Halle el único equilibrio perfecto de este juego usando un argumento de inducción hacia atrás. Compare su respuesta aquí con la del apartado a).**

Solución:

(b) Toda estrategia de un jugador debe indicar un movimiento para cada conjunto de información de ese jugador. El jugador 1 tiene dos conjuntos de información (en este juego son ambos uninodales), por lo que una estrategia suya deberá contener dos movimientos. Sus estrategias son cuatro: (T1, T3), (T1, P3), (P1, T3), (P1, P3). Por ejemplo, la estrategia (T1, T3) significa que el jugador 1 movería T1 en el nodo inicial (terminando por tanto el juego) y que en *el caso hipotético de que hubiera tenido que mover* en el tercer nodo, habría movido T3.
Las estrategias del jugador 2 deben, por razones análogas, también indicar dos movimientos, uno para cada nodo de este jugador. Son también cuatro: (T2, T4), (T2, T5), (P2, T4), (P2, T5).
Por ejemplo, la estrategia (T2, T4) significa dos cosas: (i) En *el caso hipotético de que 2 hubiera tenido que mover* en el segundo nodo, habría movido T2, y (ii) en *el caso hipotético de que 2 hubiera tenido que mover* en el último nodo, habría movido T4.

c) **Solución**: Obsérvese que situamos al jugador 1 en filas.

	(T2, T4)	(T2, T5)	(P2, T4)	(P2, T5)
(T1, T3)	0,4; 0,1	0,4; 0,1	0,4; 0,1	0,4; 0,1
(T1, P3)	0,4; 0,1	0,4; 0,1	0,4; 0,1	0,4; 0,1
(P1, T3)	0,2; 0,8	0,2; 0,8	1,6; 0,4	1,6; 0,4
(P1, P3)	0,2; 0,8	0,2; 0,8	0,8, 3,2	6,4, 1,6

d) **Solución**: Examinando la matriz confirmamos que son los siguientes: [(T1, T3); (T2, T4)]; [(T1, T3); (T2, T5)]; [(T1, P3); (T2, T4)]; [(T1, P3); (T2, T5)].
e) **Solución**: Considere por ejemplo el equilibrio [(T1, P3); (T2, T5)]. En el *hipotético* caso de que 2 tuviera que elegir en el nodo final, nunca elegiría T5 porque T4 le da una utilidad mayor. T5 es por tanto una amenaza no creíble en este equilibrio no perfecto.
f) **Solución**: En cada nodo distinto del inicial comienza un subjuego. En total hay tres.
g) **Solución**: Comenzamos el análisis por los nodos finales. Hay uno sólo, correspondiente al jugador 2. Si 2 tuviera que mover ahí, elegiría T4, pues esto le da un pago mayor que
T5 (3,2 > 1,6). Consideramos ahora el único nodo 'penúltimo', en este caso del jugador
1. Como este jugador sabe anticipar lo que haría el jugador racional 2 si 1 moviese P3, se sigue que 1 elegirá T3, pues el pago subsiguiente (1,6) es mayor que el de elegir P3 (0,8). Consideramos ahora el único nodo 'antepenúltimo', en este caso del jugador 2.
Como este jugador sabe anticipar todo lo anterior dado que la racionalidad de los jugadores es de conocimiento público, se sigue que 2 elegiría T2 si se le diera la oportunidad de mover en este nodo, pues su pago subsiguiente (0,8) es mayor que el de elegir P2 (0,4). Finalmente, el jugador 1 sabrá prever que si mueve P1 en el nodo inicial obtendría una utilidad de 0,2, que es menor que la que obtiene si mueve T1 (0,4). Por consiguiente, el único equilibrio perfecto es [(T1, T3); (T2, T4)].