

ECONOMIA DE LA INFORMACION Y LA INCERTIDUMBRE

EJERCICIOS

Ejercicio 1

Sea un espacio de elección con cuatro alternativas A, B, C, D , y un individuo cuyas preferencias son $A \succ B; A \succ C; A \approx D; B \succ C; D \succ B; D \succ C$. ¿Existe alguna función de utilidad que represente estas preferencias? En caso afirmativo dé un ejemplo. En caso negativo, explique (utilizando los conceptos de la asignatura) por qué.

$$A \succ B$$

$$A \succ C$$

$$A \approx D \rightarrow U(A) = U(D)$$

$$\left. \begin{array}{l} B \succ C \\ D \succ B \\ D \succ C \end{array} \right\} U(D) > U(B) > U(C)$$

Por lo tanto, $U(A) = U(D) > U(B) > U(C)$

Por ejemplo: $U(A) = U(D) = 3, U(B) = 2, U(C) = 1$

Cualquier otra numeración que cumpla estas propiedades será una solución válida.

Ejercicio 2

¿Cuál sería el precio realmente justo en cada uno de los siguientes juegos?

- a) Ganar 1000 con una probabilidad de 0.5 y perder 1000 con una probabilidad de 0.5
- b) Ganar 1000 con una probabilidad de 0.6 y perder 1000 con una probabilidad de 0.4
- c) Ganar 1000 con una probabilidad de 0.7, perder 2000 con una probabilidad de 0.2 y perder 10000 con una probabilidad de 0.1

El precio justo será aquel que coincida con el valor esperado del juego:

- a) $E(X) = 1000 * 0.5 + (-1000) * 0.5 = 500 - 500 = 0$
- b) $E(X) = 1000 * 0.6 + (-1000) * 0.4 = 600 - 400 = 200$
- c) $E(X) = 1000 * 0.7 + (-2000) * 0.2 + (-10000) * 0.1 = 700 - 400 - 1000 = -700$

En este último, habría que pagar al jugador 700 para que el juego fuera justa.

Ejercicio 3

Un individuo compra 12 huevos y tiene que llevarlos a casa. Hacer viajes no le cuesta nada, pero en cada viaje que haga hay 50% de probabilidad de que todos los huevos se rompan.

(a) Indique las consecuencias (en términos de huevos que llegan a casa) y las probabilidades de las loterías ‘hacer un sólo viaje con los 12 huevos’ y ‘hacer dos viajes llevando 6 huevos en cada uno’,

1 VIAJE:

- 12 Huevos: $p = 0.5$
- 0 Huevos: $p = 0.5$

2 VIAJES:

- 12 Huevos: $p = 0.5 * 0.5 = 0.25 = 1/4$.
- 6 Huevos: $p = 0.5 * 0.5 + 0.5 * 0.5 = 0.25 + 0.25 = 0.5 = 1/2$.
(Probabilidad rompa primer * probabilidad no rompa segundo + probabilidad no rompa primer * probabilidad rompa segundo)
- 0 Huevos: $p = 0.5 * 0.5 = 0.25 = 1/4$.

(b) en media, ¿cuántos huevos llegarían con cada lotería?,

$$E(X1) = 12 * 0.5 + 0 * 0.5 = 6$$

$$E(X2) = 12 * 0.25 + 6 * 0.5 + 0 * 0.25 = 3 + 3 = 6$$

En ambos casos, el número esperado de huevos que llegarán es 6.

(c) suponga que las utilidades de las consecuencias ‘llegan 0, 6, 12 huevos a casa’ son respectivamente 6, 10 y 12, y que las preferencias del individuo satisfacen las hipótesis del modelo de von Neumann-Morgenstern, ¿preferirá hacer 1 o 2 viajes?,

$$U(0) = 6$$

$$U(6) = 10$$

$$U(12) = 12$$

$$U(V1) = 0.5 * U(12) + 0.5 * U(0) = 0.5 * 12 + 0.5 * 6 = 9 + 3 = 9$$

$$U(V2) = 0.25 * U(12) + 0.5 * U(6) + 0.25 * U(0) = 0.25 * 12 + 0.5 * 10 + 0.25 * 6 \\ = 3 + 5 + 1.5 = 9.5$$

El individuo preferirá hacer 2 viajes, ya que la utilidad esperada es mayor.

(d) suponga que también puede hacer 3 viajes, llevando 4 huevos en cada uno, y que la utilidad de las consecuencias ‘llegan 4, 8 huevos a casa’ son respectivamente 9 y 10,8; ¿preferiría hacer 3 viajes?,

3 VIAJES:

- 12 Huevos: $p = 0.5 * 0.5 * 0.5 = 0.125 = 1/8$.
- 8 Huevos: $p = (0.5 * 0.5 * 0.5) * 3 = 1/8 * 3 = 3/8$.
Si dos viajes son satisfactorios y en uno se rompen.
- 4 Huevos: $p = (0.5 * 0.5 * 0.5) * 3 = 1/8 * 3 = 3/8$.
Si se rompen los huevos en dos viajes y en uno no.
- 0 Huevos: $p = 0.5 * 0.5 * 0.5 = 0.125 = 1/8$.

La utilidad de realizar tres viajes:

$$\begin{aligned}
 U(V3) &= \frac{1}{8} * U(12) + \frac{3}{8} * U(8) + \frac{3}{8} * U(4) + \frac{1}{8} * U(0) \\
 &= \frac{1}{8} * 12 + \frac{3}{8} * 10.8 + \frac{3}{8} * 9 + \frac{1}{8} * 6 = \frac{12}{8} + \frac{32.4}{8} + \frac{27}{8} + \frac{6}{8} = \frac{77.4}{8} \\
 &= 9.675
 \end{aligned}$$

La utilidad de hacer tres viajes es mayor que la de hacer uno o dos. Por tanto, el individuo preferirá hacer tres viajes.

(e) suponga ahora que cada viaje le redujera su utilidad en c útiles, ¿cuánto tendría que valer c para que prefiriese llevarlo todo en un único viaje?

$$U(V1) = 9 - c$$

$$U(V2) = 9.5 - 2c$$

$$U(V3) = 9.675 - 3c$$

$$U(V1) > U(V2)$$

$$9 - c > 9.5 - 2c$$

$$c > 0.5$$

$$U(V1) > U(V3)$$

$$9 - c > 9.675 - 3c$$

$$c > 0.375$$

Si c es mayor a 0.5, el individuo preferirá llevar todos los huevos en un solo viaje.

Ejercicio 4

El señor Z tiene riqueza *inicial* igual a 5000 euros, y va a apostar 20 euros a que el Atlético de Madrid ganará la liga — en tal caso, Z recibiría un premio de 200 euros. Z tiene una función de utilidad del dinero logarítmica $u(w) = \ln(w)$, donde w indica riqueza *final*. Teniendo en cuenta todo esto, ¿con *al menos* cuánta probabilidad debe pensar Z que el Atlético ganará? ¿Y si el premio fuera igual a 400 euros? ¿Y si fuera 40? ¿Si usted trabajara para una empresa de apuestas, qué conclusión general sacaría de este análisis?

NO APOSTAR:

- $w = 5000$
- $U(NO) = U(5000) = \ln 5000$

APOSTAR:

- $w = 5000 - 20 + 200 = 5180$ con p
- $w = 5000 - 20 = 4980$ con $(1 - p)$
- $U(A) = p * U(5180) + (1 - p) * U(4980) = p \ln 5180 + (1 - p) \ln 4980$

El individuo apostará si:

$$\begin{aligned}U(A) &> U(NO) \\p \ln 5180 + (1 - p) \ln 4980 &> \ln 5000 \\p(\ln 5180 - \ln 4980) &> \ln 5000 - \ln 4980 \\p &> \frac{\ln 5000 - \ln 4980}{\ln 5180 - \ln 4980} \\p &> 0.1018\end{aligned}$$

Si el premio fuera de 400 euros:

- $U(A) = p * U(5380) + (1 - p) * U(4980) = p \ln 5380 + (1 - p) \ln 4980$
- $$\begin{aligned}U(A) &> U(NO) \\p \ln 5380 + (1 - p) \ln 4980 &> \ln 5000 \\p(\ln 5380 - \ln 4980) &> \ln 5000 - \ln 4980 \\p &> \frac{\ln 5000 - \ln 4980}{\ln 5380 - \ln 4980} \\p &> 0.0519\end{aligned}$$

Si el premio fuera de 40:

- $U(A) = p * U(5020) + (1 - p) * U(4980) = p \ln 5020 + (1 - p) \ln 4980$
- $$U(A) > U(NO)$$

$$p \ln 5020 + (1 - p) \ln 4980 > \ln 5000$$

$$p(\ln 5020 - \ln 4980) > \ln 5000 - \ln 4980$$

$$p > \frac{\ln 5000 - \ln 4980}{\ln 5020 - \ln 4980}$$

$$p > 0.50$$

Cuanto menor sea la probabilidad de que el equipo gane, mayor deberá ser el premio para que los individuos decidan apostar.

Ejercicio 5

Considere un agricultor con función de utilidad del dinero logarítmica $u(w) = \ln(w)$, donde w representa su nivel de riqueza final. La riqueza inicial del agricultor es de 25 euros. El agricultor proyecta comprar semillas modificadas genéticamente para resistir a las plagas. Los ingresos serán de 80 euros si llueve y de 5 euros si no llueve. La probabilidad de lluvia es del 50% y el coste de la inversión en semillas asciende a 20 euros. Si no invierte en semillas, los ingresos serán de 40 euros si llueve y de 5 si no llueve. Responda: (a) ¿Le interesa llevar el proyecto adelante?, (b) ¿A partir de qué probabilidad de lluvia invertir es preferible a no invertir?

$$u(w) = \ln(w)$$

Riqueza inicial: 25

	Llueve	NO Llueve
A: Invertir	$25 + 80 - 20 = \mathbf{85}$	$25 + 5 - 20 = \mathbf{10}$
B: No Invertir	$25 + 40 = \mathbf{65}$	$25 + 5 = \mathbf{30}$
	$p = 0.5$	$q = 0.5$

a) La utilidad esperada de ambos proyectos es:

$$U(A) = 0.5 * U(85) + 0.5 * U(10) = 0.5 * \ln(85) + 0.5 * \ln(10) = 3.37$$

$$U(B) = 0.5 * U(65) + 0.5 * U(30) = 0.5 * \ln(65) + 0.5 * \ln(30) = 3.79$$

El agricultor preferirá no invertir en semillas (B) ya que la utilidad esperada es mayor.

b) Sea p la probabilidad de lluvia, el individuo invertirá siempre que la utilidad esperada de invertir sea mayor a la de no invertir:

$$U(A) > U(B)$$

$$pU(85) + (1 - p)U(10) > pU(65) + (1 - p)U(30)$$

$$p[U(85) - U(10) - U(65) + U(30)] > U(30) - U(10)$$

$$p > \frac{U(30) - U(10)}{[U(85) - U(10) - U(65) + U(30)]}$$

$$p > \frac{\ln(30) - \ln(10)}{[\ln(85) - \ln(10) - \ln(65) + \ln(30)]}$$

$$p > 0.8037$$

El individuo invertirá en semillas siempre que la probabilidad de lluvia sea mayor al 80.37%.

Ejercicio 6

Supongamos que el ayuntamiento de una gran ciudad se plantea controlar el aparcamiento en su área central. Para ello puede implementar una de estas dos políticas: aumentar la vigilancia policial en un 10%, o aumentar las multas en un 10%. Responda: (a) Tras la implementación de cada una de las políticas, ¿cuál es el valor esperado de un conductor si decide aparcar en zona prohibida? (b) ¿Qué política será la más disuasoria si los conductores son aversos al riesgo? ¿Y si son amantes del riesgo? ¿Y si son neutrales ante el riesgo? Explique sus respuestas gráficamente. (c) Si el objetivo del ayuntamiento fuera meramente recaudatorio, ¿qué política sería más beneficiosa para las arcas municipales?

W : riqueza inicial

p : probabilidad de ser multado

M : multa

APARCAR EN ZONA PROHIBIDA:

- $W - M$ con p
- W con $1 - p$

a) Los valores esperados de los conductores según las diferentes políticas son:

Política 1: Aumentar vigilancia

$$p' = 1.1p$$

$$E(P1) = 1.1p(W - M) + (1 - 1.1p)W = p(1.1W - 1.1M) + W - 1.1Wp$$

$$= W - p1.1M = W *$$

Política 2: Aumentar multa

$$M' = 1.1M$$

$$E(P2) = p(W - 1.1M) + (1 - p)W = pW - p1.1M + w - pW = W - p1.1M$$

$$= W *$$

b) **Gráficos**

Adverso al riesgo:

$$U(P1) > U(P2)$$

Neutral al riesgo:

$$U(P1) = U(P2)$$

Amantes del riesgo:

$$U(P2) > U(P1)$$

Si los individuos son adversos al riesgo, será más disuasorio incrementar la multa (ya que en este caso una de las consecuencias es peor). Si los individuos son amantes del riesgo, será más disuasorio incrementar la vigilancia (incrementar la probabilidad de multa). Si los individuos son neutrales al riesgo, ambas políticas serán igual de efectivas. La política más disuasoria es la que menor utilidad esperada proporciona.

c) Sea q_1 el porcentaje de infractores con la política 1 (incrementar vigilancia) y q_2 el porcentaje de infractores con la política 2 (incrementar multa). Si los individuos son adversos al riesgo, tendremos que $q_1 > q_2$ (ya que la política 2 es más disuasoria).

Los ingresos esperados del ayuntamiento con la política 1 serán: $q_1 p' M = q_1 1.1 p M$

Los ingresos esperados del ayuntamiento con la política 2 serán: $q_2 p M' = q_2 1.1 p M$

Dado que $q_1 > q_2$, si la mayoría de los conductores son adversos al riesgo, los ingresos del ayuntamiento serán mayores con la política 1 (incrementar inspecciones) que con la política 2 (incrementar multa).

Ejercicio 7

Suponga $w_1 > w_2 > w_3 > w_4$, y que $u(w_1) + u(w_4) = u(w_2) + u(w_3)$; donde las w denotan niveles de riqueza, y u es la función de utilidad de dinero de un individuo. Si es averso al riesgo y maximiza la utilidad esperada, preferirá una lotería que le ofrezca ganar w_2 y w_3 con una probabilidad del 50% frente a ganar w_1 y w_4 con probabilidades del 50%, ya que esta última opción implica una varianza (riesgo) de resultados más elevada. ¿Cierto o falso?

$$w_1 > w_2 > w_3 > w_4$$

$$u(w_1) + u(w_4) = u(w_2) + u(w_3)$$

El individuo es averso al riesgo.

$$u(L1) = 0.5u(w_1) + 0.5u(w_4) = 0.5[u(w_1) + u(w_4)]$$

$$u(L2) = 0.5u(w_2) + 0.5u(w_3) = 0.5[u(w_2) + u(w_3)]$$

Dado que $u(w_1) + u(w_4) = u(w_2) + u(w_3)$, tenemos que el valor esperado de las dos loterías es el mismo:

$$u(L1) = u(L2)$$

Por tanto, la respuesta es FALSO. El individuo es indiferente entre las dos loterías.

Ejercicio 8 (Ruben Gil Orgaz)

Un agricultor de secano está considerando qué cultivar la próxima temporada. Tiene dos alternativas posibles (trigo y girasol), y su riqueza *final* con cada cultivo variará según haya suficientes precipitaciones (probabilidad 50%) o sequía (probabilidad 50%), de acuerdo con la siguiente tabla:

Cultivo	Lluvia suficiente	Sequía
Trigo	28.000 euros	10.000 euros
Girasol	19.000 euros	15.000 euros

Suponga que su función de utilidad del dinero es $u(w) = Lnw$.

a. Si sólo puede plantar un cultivo, ¿cuál elegirá?

$$U(T) = 0.5 * U(28000) + 0.5 * U(10000) = 0.5 \ln 28000 + 0.5 \ln 10000 = 9.725$$

$$U(G) = 0.5 * U(19000) + 0.5 * U(15000) = 0.5 \ln 19000 + 0.5 \ln 15000 = 9.734$$

El agricultor preferirá plantar girasol, ya que la utilidad esperada es mayor.

b. Si puede plantar 1/2 de parcela con trigo y el resto con girasol, ¿preferirá esta opción a especializarse en un cultivo? (Nota: Si planta un porcentaje μ de la parcela con un cultivo, los ingresos correspondientes a ese cultivo serán iguales a $\mu\%$ de los que obtendría si plantara toda la parcela, en cualquier contingencia).

Cultivo	Lluvia suficiente	Sequía
Trigo	28.000 euros	10.000 euros
Girasol	19.000 euros	15.000 euros
Mitad 1/2	$14.000 + 9.500 = 23.500$	$5.000 + 7.500 = 12.500$

$$U(\text{Mitad}) = 0.5 * U(23500) + 0.5 * U(12500) = 0.5 \ln 23500 + 0.5 \ln 12500 \\ = 9.749$$

El agricultor preferirá diversificar y plantar la mitad de trigo y la otra mitad de girasol.

c. ¿Cuál es el porcentaje óptimo μ^0 que debería plantar de trigo? Pista: Resuelva asumiendo solución interior y aplicando técnicas de optimización matemática.

$M\mu$ DE TRIGO:

- $28.000\mu + 19.000(1 - \mu) = 19.000 + 9.000\mu$ con 0.5 (Si llueve)
- $10.000\mu + 15000(1 - \mu) = 15.000 - 5.000\mu$ con 0.5 (Sequía)

$$U(T\mu) = 0.5 \ln(19.000 + 9.000\mu) + 0.5 \ln(15.000 - 5.000\mu)$$

La condición de primer orden:

$$\frac{dU(T\mu)}{d\mu} = \frac{9000}{2(19000 + 9000\mu)} + \frac{(-5000)}{2(15000 - 5000\mu)} = 0$$

$$\frac{9}{19 + 9\mu} = \frac{5}{15 - 5\mu}$$

$$9(15 - 5\mu) = 5(19 + 9\mu)$$

$$135 - 45\mu = 95 + 45\mu$$

$$40 = 90\mu$$

$$\mu = \frac{40}{90} = 0.4\hat{4}$$

El porcentaje óptimo de trigo es del $0.4\hat{4}$.

Si plantara éste porcentaje, el agricultor obtendría una utilidad de:

$$U(T\mu) = 9.75$$

d. En el caso c), suponga que una aseguradora ofrece un contrato de seguro sólo para los agricultores que cultiven exclusivamente trigo. Cuesta 4000 euros y da una indemnización de 8000 euros en caso de sequía. ¿Contrataría el agricultor este seguro o preferiría plantar la combinación óptima hallada en c)?

TRIGO CON SEGURO:

- $28.000 - 4.000 = 24.000$ con 0.5 (Si llueve)
- $10.000 - 4.000 + 8.000 = 14.000$ con 0.5 (Sequía)

$$U(\text{Seguro}) = 0.5 \ln 24000 + 0.5 \ln 14000 = 9.8163$$

El agricultor preferirá plantar todo trigo y contratar el seguro.

Ejercicio 9 (Maria Barrio)

Un individuo está planificando sus ahorros futuros. Por simplificar, suponemos que sólo hay dos momentos de tiempo: (1) presente y (2) futuro. Su renta presente es de Y_1 euros y debe decidir qué proporción ahorra de ella. Los ahorros se revalorizan un r % con una probabilidad p , pero también existe una probabilidad $1-p$ de que pierdan $-r$ % de su valor. El consumo presente C_1 es la diferencia entre lo ingresado (Y_1) y lo ahorrado, y el consumo futuro C_2 será igual a la renta futura Y_2 más el ahorro y su rentabilidad. La utilidad de la consecuencia ‘consumir C_1 ahora y C_2 en el futuro’ es igual a $\ln(C_1) + 0,6 \cdot \ln(C_2)$, donde \ln denota logaritmo neperiano.

(a) Indique las consecuencias (en términos de utilidades) y las probabilidades de la lotería ‘ahorrar una proporción s ’;

Y_1 : Renta presente

Y_2 : Renta futura

s : Tasa de ahorro

$C_1 = (1 - s)Y_1$: Consumo presente

C_2 : depende de si los ahorros se revalorizan o pierden valor.

LOTERÍA AHORRAR S :

- Ahorros se revalorizan: $(1 + r)sY_1$
 $u = \ln[(1 - s)Y_1] + 0.6 \ln[Y_2 + (1 + r)sY_1]$ con p
- Ahorros pierden valor: $(1 - r)sY_1$
 $u = \ln[(1 - s)Y_1] + 0.6 \ln[Y_2 + (1 - r)sY_1]$ con $(1 - p)$

(b) si $Y_1 = Y_2 = 100$, $r = 6$, y $p = 0,9$, ¿preferirá ahorrar el 50 o el 25% de su renta presente?;

AHORRAR 50%:

$$\begin{aligned}u &= p(\ln[(1 - s)Y_1] + 0.6 \ln[Y_2 + (1 + r)sY_1]) + (1 - p)(\ln[(1 - s)Y_1] \\ &\quad + 0.6 \ln[Y_2 + (1 - r)sY_1]) \\ u &= p(\ln[0.50 * 100] + 0.6 \ln[100 + 1.06 * 0.50 * 100]) + (1 - p)(\ln[0.50 * 100] \\ &\quad + 0.6 \ln[100 + 0.94 * 0.50 * 100]) \\ u &= p6.93 + (1 - p)6.90 \\ u &= 0.9 * 6.93 + 0.1 * 6.90 = 6.93\end{aligned}$$

AHORRAR 25%:

$$\begin{aligned}
 u &= p(\ln[(1-s)Y_1] + 0.6 \ln[Y_2 + (1+r)sY_1]) + (1-p)(\ln[(1-s)Y_1] \\
 &\quad + 0.6 \ln[Y_2 + (1-r)sY_1]) \\
 u &= p(\ln[0.75 * 100] + 0.6 \ln[100 + 1.06 * 0.25 * 100]) + (1-p)(\ln[0.75 * 100] \\
 &\quad + 0.6 \ln[100 + 0.94 * 0.25 * 100]) \\
 u &= p7.22 + (1-p)7.20 \\
 u &= 0.9 * 7.22 + 0.1 * 7.20 = 7.22
 \end{aligned}$$

El individuo preferirá ahorrar el 25%.

(c) si $Y_1 = Y_2 = 100$, $r = 6$, ¿para qué valor de la probabilidad p estará indiferente entre ahorrar una cosa u otra?;

Tenemos que ver cuándo las dos utilidades esperadas coinciden

$$\begin{aligned}
 p6.93 + (1-p)6.90 &= p7.22 + (1-p)7.20 \\
 p(6.93 - 6.90 - 7.22 + 7.20) &= 7.20 - 6.90 \\
 p0.01 &= 0.3 \\
 p &= \frac{0.3}{0.01} = 30
 \end{aligned}$$

Dado que $p > 1$, no existe ninguna probabilidad para la cual es indiferente entre ahorrar un 25% o un 50%.

(d) si $Y_2 = 0$, utilice técnicas de optimización matemática y halle el valor de s óptimo.

$$\begin{aligned}
 Y_2 &= 0 \\
 u &= p(\ln[(1-s)Y_1] + 0.6 \ln[(1+r)sY_1]) \\
 &\quad + (1-p)(\ln[(1-s)Y_1] + 0.6 \ln[(1-r)sY_1]) = \\
 u &= \ln[(1-s)Y_1] + p0.6 \ln[(1+r)sY_1] + (1-p)0.6 \ln[(1-r)sY_1] =
 \end{aligned}$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos: $\ln(an) = \ln(a) + \ln(b)$

$$\begin{aligned}
 u &= \ln(1-s) + \ln Y_1 + p0.6 \ln(1+r) + p0.6 \ln(s) + p0.6 \ln(Y_1) \\
 &\quad + (1-p)0.6 \ln(1-r) + (1-p)0.6 \ln(s) + (1-p)0.6 \ln(Y_1)
 \end{aligned}$$

Agrupando y quitando términos que se cancelan:

$$u = \ln(1-s) + p0.6 \ln(1+r) + 0.6 \ln(s) + (1-p)0.6 \ln(1-r) + 1.6 \ln(Y_1)$$

Derivando respecto a s e igualando a 0:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{-1}{1-s} + \frac{0.6}{s} = 0$$

$$\frac{0.6}{s} = \frac{1}{1-s}$$

$$(1-s)0.6 = s$$

$$0.6 = 1.6s$$

$$s = \frac{0.6}{1.6} = 0.375$$

La tasa de ahorro óptima es del 37.5%.

Ejercicio 10

Suponga que un agricultor tiene una cantidad inicial de trigo de 1000 kg. Debe decidir qué cantidad consumir y qué cantidad plantar para obtener más trigo al año siguiente. Si llueve obtendrá 10kg. de trigo por cada kg. que planta. En cambio, si no llueve obtendrá solo 5 kg. de trigo por cada kg. plantado. La probabilidad de que llueva es $\frac{1}{2}$. La función de utilidad de este individuo es $u(c_0, c_1)$ donde c_0 y c_1 son el consumo en el primer y segundo periodo. El problema que se plantea el agricultor es cuando trigo plantar.

a) ¿Cuáles son los planes de consumo en este caso?

Consumo presente: $C_0 = 1000 - q$

CONSUMO FUTURO:

- $C_2 = 10q$ con $p = \frac{1}{2}$
- $C_2 = 5q$ con $p = \frac{1}{2}$

El plan contingente de consumo que elija el agricultor dependerá de la cantidad que plante q .

b) ¿Cuál es la cantidad óptima a plantar?

La utilidad esperada de plantar q será:

$$u(q) = \frac{1}{2}u(1000 - q, 10q) + \frac{1}{2}u(1000 - q, 5q)$$

La cantidad óptima a plantar la obtenemos maximizando la función de utilidad esperada con respecto a q .

Para poder hacerlo, necesitamos la forma funcional de la función.

Ejercicio 11

Gómez es propietario de un inmueble que quiere vender. A día de hoy puede obtener 10.000 euros, pero también puede esperar un año, por si el mercado mejora. Gómez piensa que, con un 25% de probabilidad, el mercado inmobiliario irá a peor y que sólo venderá por 8.000 euros, mientras que el mercado mejorará con un 75% y entonces vendería por Y euros. La función de utilidad del dinero de Gómez es $u(x) = \sqrt{x}$, y su riqueza inicial sin contar el inmueble es de 1.000 euros. Por simplificar, suponga que a Gómez le da igual obtener M euros ahora que dentro de un año. Responda *razonadamente*:

- a) Si el tipo de interés a un año es cero (y no hay inflación), ¿a cuánto tiene que ascender Y para que Gómez esté indiferente entre vender ahora o esperar un año? ¿Y si el tipo de interés fuera del 10%?

$$u(x) = \sqrt{x}$$

$$w = 1000$$

VENDER AHORA:

- $x = 1000 + 10000(1 + r)$ Cierto
- $u = \sqrt{11000 + 10000r}$

VENDER EN UN AÑO:

- $x = 1000 + Y$ con $p = 0.75$
- $x = 1000 + 8000 = 9000$ con $(1 - p) = 0.25$
- $u = 0.75\sqrt{1000 + Y} + 0.25\sqrt{9000}$

Para que Gómez sea indiferente la utilidad de vender ahora tiene que ser igual a la utilidad esperada de vender en un año:

$$\sqrt{11000 + 10000r} = 0.75\sqrt{1000 + Y} + 0.25\sqrt{9000}$$

$$Y = \left(\frac{\sqrt{11.000 + 10.000r} - 0.25\sqrt{9000}}{0.75} \right)^2 - 1000$$

Si $r = 0$, $Y = 10711$

Si $r = 0.1$, $Y = 12096$

- b) Suponga ahora $Y = 13.000$ e interés cero. Si la probabilidad de que el mercado mejore el año que viene se reduce hasta el p % por la crisis

económica, ¿qué probabilidad p le dejaría indiferente a Gómez entre vender ahora y no vender?

Para la indiferencia se requiere:

$$\sqrt{11000} = (1-p) \cdot \sqrt{9000} + p \cdot \sqrt{1000 + 13000}, \text{ entonces } p=0,43$$

Ejercicio 12

Un banco tiene unos fondos de 1000 euros y dos maneras de invertirlos: (i) Bonos del Estado al 3% o (ii) prestarlos a una PYME al 5%. El problema con los préstamos es que a veces no se devuelven (los bonos, por el contrario, son totalmente seguros). Inicialmente, el banco estima en un 1% la tasa de morosidad. Suponemos que el banco no tiene costes, con lo cual su beneficio final coincide con los intereses obtenidos con la inversión (para el caso en el que el préstamo no se devuelve, no obstante, el banco incurre en unas pérdidas iguales al importe del préstamo). El banco realizará aquella inversión con mayor beneficio esperado. Responda *razonadamente*:

a) ¿Qué hará el banco: Invertir los 1000 € en (i) bonos o (ii) en el préstamo?

BONOS:

$$E(B) = 1000 * 0.03 = 30 \text{ cierto}$$

PRÉSTAMO:

- 50 con $p = 0.99$
- -1000 con $(1 - p) = 0.01$
- $E(P) = 0.99 * 50 + 0.01(-1000) = 49.5 - 10 = 39.5$

El banco concederá el préstamo a la PYME ya que el beneficio esperado es mayor.

b) Suponga ahora que, por efecto de una crisis, la tasa de morosidad sube al 2% ¿cambia su respuesta a la pregunta anterior? ¿Qué nombre recibe en economía la desaparición de un mercado como en este ejemplo?

$$E(P) = 0.98 * 50 + 0.02(-1000) = 49 - 2 = 29$$

El banco preferirá invertir en bonos.

El mercado de préstamos a PYMES desaparece por un fenómeno de selección adversa. Al subir la tasa de morosidad, desaparece la inversión que tiene una mayor rentabilidad.

- c) Como medida de choque para evitar este fenómeno, el gobierno se plantea variar el tipo de interés de los bonos. Si la tasa de morosidad es del 2%, ¿hasta qué tipo deberá llegar?

La tasa de interés de los bonos tiene que ser tal que iguale a la rentabilidad de esperada de prestar a la PYME, 2.9%.

Por lo tanto el tipo de interés de los bonos deberá bajar al 2.9%.

Ejercicio 13

Las rentabilidades de dos activos (X y Z) dependen de que resulte elegido un gobierno liberal (probabilidad 60%) o intervencionista (probabilidad 40%), de acuerdo con la siguiente tabla:

Activo	Liberal		Intervencionista
X	12,5%		-5%
Z	3%		9%

Considere un inversor con función de utilidad del dinero $u(x)=\ln(x)$, una riqueza inicial de 500 euros, y que quiere invertir 100 de estos euros en X y Z. Si la cartera θ invierte un porcentaje θ de los 100 euros en el activo X, y el restante $1-\theta$ en Z. Responda a lo siguiente: a) Indique los posibles niveles de riqueza final que pueden alcanzarse con la lotería cartera θ , así como sus probabilidades respectivas; b) ¿qué lotería tiene mayor valor esperado (es decir, para que valor de θ se maximiza el valor esperado de la correspondiente lotería cartera θ)?; c) ¿qué lotería maximiza la utilidad esperada? (aplique técnicas básicas de maximización matemática, indicando finalmente el porcentaje θ óptimo) ; d) explique intuitivamente porque la respuesta a b) y c) no coinciden.

Liberal: $p = 0.6$

Intervencionista: $(1 - p) = 0.4$

$$u(x) = \ln x$$

$$w = 500$$

a) Las consecuencias de la lotería invertir θ en X y $(1 - \theta)$ en Z son:

- $500 + 100 * \theta * 0.125 + 100 * (1 - \theta) * 0.03 = 503 + 9.5\theta$ con $p = 0.6$
- $500 + 100 * \theta * (-0.05) + 100 * (1 - \theta) * 0.09 = 509 - 14\theta$ con $1 - p = 0.4$

b) Valor esperado:

$$E(L) = 0.6(503 + 9.5\theta) + 0.4(509 - 14\theta) = 505.4 + 0.1\theta$$

El valor esperado se hace máximo para $\theta = 1$, cuando se invierte todo en X.

c) Utilidad esperada:

$$u(L) = 0.6 \ln(503 + 9.5\theta) + 0.4 \ln(509 - 14\theta)$$

$$\frac{\partial u(L)}{\partial \theta} = \frac{0.6 * 9.5}{503 + 9.5\theta} - \frac{0.4 * 14}{509 - 14\theta} = 0$$

$$\theta = 0.635$$

La cartera que maximiza la utilidad esperada es la que invierte el 63,5% en el activo X.

d) Una persona adversa al riesgo ($u = \ln x$) preferirá la cartera combinada (diversificada) ya que tiene una varianza menor y una rentabilidad esperada muy similar.

Ejercicio 14

García tiene 20000 euros y quiere comprarse una televisión. Conoce una tienda donde puede comprarla por 2000 euros seguro, pero también cree que en otra tienda Z podrían hacerle una rebaja de 300 euros (con lo que el precio serían 1700 euros). Su función de utilidad del dinero es $u(x) = \sqrt{x}$, donde x indica la riqueza después de comprar el televisor. Confirmar que le hacen rebaja en la tienda Z le costaría 100 euros por costes de desplazamiento, etc. ¿Con cuánta probabilidad p debe creer que le harán rebaja para que le valga la pena confirmarlo yendo a Z?

$$w = 20.000$$

$$u(x) = \sqrt{x}$$

PRECIO CIERTO:

$$x = 20000 - 2000 = 18000$$

$$u(x) = \sqrt{18000}$$

BUSCAR DESCUENTO: (Coste de búsqueda = 100)

- $x = 20000 - 1700 - 100 = 18200$. $u = \sqrt{18200}$ con p
- $x = 20000 - 2000 - 100 = 17900$. $u = \sqrt{17900}$ con p

Al individuo le valdrá la pena confirmar si hay rebaja yendo a Z siempre que la utilidad esperada de buscar el descuento sea mayor a la utilidad de comprarlo al precio cierto.

$$p\sqrt{18200} + (1 - p)\sqrt{17900} > \sqrt{18000}$$

$$p(\sqrt{18200} - \sqrt{17900}) > \sqrt{18000} - \sqrt{17900}$$

$$p > \frac{\sqrt{18000} - \sqrt{17900}}{\sqrt{18200} - \sqrt{17900}}$$

$$p > 0.33$$

Ejercicio 15

Rodríguez quiere llevar una botella de vino a una cena de amigos. Conoce un vino A que, sin ser ninguna maravilla, está convencido de que agrada suficientemente a los comensales, con lo cual obtendría una utilidad de 30. Pero puede también probar con algún vino nuevo N para intentar sorprender a sus amigos favorablemente. Como no es un entendido en vinos, no obstante, piensa que puede equivocarse y llevar un vinacho mediocre con un 60% de probabilidad (su utilidad entonces sería de 0), mientras que con el 40% restante piensa que puede acertar (su utilidad sería entonces de 80). En vez de comprar el vino A o el N ahora mismo, Rodríguez puede alternativamente dedicar una hora a buscar información sobre vinos, en cuyo caso piensa que la probabilidad de equivocarse con un vino N se reduciría al 30%. Sin embargo, esta búsqueda es costosa para él y reducirá en 10 útiles su utilidad en cualquier contingencia. Responda razonadamente qué hará Rodríguez. Utilizando el sencillo modelo expuesto y suponiendo que la mayoría de los consumidores sean como Rodríguez, ¿qué estrategia debería seguir una bodega que lanzase un vino nuevo para maximizar ventas?

VINO A:

$$U(A) = 30$$

VINO N:

- $u(N) = 80$ con $p = 0.4$

- $u(N) = 0$ con $(1 - p) = 0.6$

$$U(N) = 0.4 * 80 + 0.6 * 0 = 32$$

VINO N CON BÚSQUEDA:

- $u(NB) = 80 - 10 = 70$ con $p = 0.7$
- $u(NB) = 0 - 10 = -10$ con $p = 0.3$

$$U(NB) = 0.7 * 70 + 0.3 * (-10) = 46$$

El individuo preferirá buscar información y comprar el vino N, ya que la utilidad esperada es mayor que en los otros dos casos.

Una bodega que lanzase un vino nuevo de mayor calidad debería ofrecer más información, para que los consumidores tengan unos menores costes de búsqueda.

Ejercicio 16

Supongamos un individuo que desea formar una cartera de inversión compuesta por la siguiente estructura de activos:

- Un bono cupón cero con un rendimiento del 20%**
- Un activo financiero que hoy vale 20 u.m. y en el futuro valdrá 15 u.m. o 50 u.m. con una probabilidad $\frac{1}{2}$ cada posibilidad.**

Si la renta inicial disponible es de 100 u.m. y la función de utilidad $U(W)=\ln(W)$, cuanto invertirá el individuo en activo incierto?.

$$w_i = 100$$

$$u(w) = \ln w$$

a) BONO 20%:

$$w = 100 + 20 = 120$$

$$U(B) = \ln 120 = 4.79$$

b) ACTIVO FINANCIERO:

- $w = 100 - 20 + 50 = 130$ con $p = \frac{1}{2}$
- $w = 100 - 20 + 15 = 95$ con $(1 - p) = \frac{1}{2}$

$$U(AF) = \frac{1}{2} \ln 130 + \frac{1}{2} \ln 95 = 4.71$$

$$U(B) > U(AF)$$

El individuo preferirá invertir en el bono al 20% ya que la utilidad es mayor que la utilidad esperada de invertir en el activo financiero.

Ejercicio 17

Supongamos que un consumidor quiere comprar un portátil. El consumidor sabe que hay cuatro tipos de vendedores, de modo que los de tipo I ponen un precio de 60€, los de tipo II un precio de 80€, los de tipo III un precio de 100€, y los de tipo IV un precio de 120€. La probabilidad de encontrar cada uno de los tipos es la misma. El consumidor hace una búsqueda simultánea –es decir, hace n búsquedas y observa los resultados de cada una sólo al final de la enésima búsqueda–, quedándose con el precio menor. La utilidad de la consecuencia ‘pagar un precio p después de hacer n búsquedas’ es $u = -p - n \cdot c$, donde c indica el coste de cada búsqueda.

a) Determine la utilidad esperada de hacer una, dos, y tres búsquedas.

Tipo	Precio	Probabilidad
I	60	1/4
II	80	1/4
III	100	1/4
IV	120	1/4

$$u = -p - n \cdot c$$

1 BÚSQUEDA:

$$E(P) = \frac{1}{4}60 + \frac{1}{4}80 + \frac{1}{4}100 + \frac{1}{4}120 = 15 + 20 + 25 + 30 = 90$$

$$U(1B) = -90 - c$$

2 BÚSQUEDAS:

$$E(P) = \left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)120 + \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{100|100} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{100|120} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{120|100} 100 + \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{80|80} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{80|100} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{100|80} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{80|120} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{120|80} 80$$

$$+ \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{60|60} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{60|80} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{80|60} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{60|100} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{100|60} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{60|120} \overbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}^{120|60} 60 = 77.5$$

$$U(2B) = -77.5 - 2c$$

3 BÚSQUEDAS:

$$E(P) = 71.25$$

$$U(3B) = -71.25 - 3c$$

b) ¿Para qué valor de c será óptimo hacer una única búsqueda? ¿Y dos búsquedas?

Hay que buscar el valor de c que cumpla que la utilidad esperada de una búsqueda sea mayor a la utilidad esperada de hacer dos búsquedas:

$$-90 - c > -77.5 - 2c$$

$$c > 12.5$$

Será óptimo hacer una búsqueda si $c > 12.5$ y será óptimo hacer dos búsquedas si $c > 12.5$.

Así mismo, será óptimo hacer dos búsquedas en lugar de 3 si:

$$-77.5 - 2c > -71.25 - 3c$$

$$c > 6.25$$

Será óptimo hacer dos búsquedas si $6.25 < c < 12.5$, y será óptimo hacer tres búsquedas si $c < 6.25$.

c) ¿Cuántas búsquedas debería hacer el consumidor si quisiera comprar no uno sino dos portátiles y el coste de cada búsqueda adicional fuese 8€?

Si compra dos ordenadores, el precio mínimo esperado se duplica, siendo las nuevas utilidades:

$$U(1B) = -180 - c$$

$$U(2B) = -155 - 2c$$

$$U(3B) = -142.5 - 3c$$

El individuo hará una búsqueda si:

$$-180 - c > -155 - 2c$$

$$c > 25$$

Hará dos búsquedas en lugar de tres si:

$$-155 - 2c > -142.5 - 3c$$

$$c > 12.5$$

Por lo que hará tres búsquedas si

$$c < 12.5$$

Dado que en éste caso el coste de cada búsqueda es de 8€, el individuo hará tres búsquedas.

d) Repita el apartado a) para el caso en que la búsqueda sea secuencial, es decir, el resultado de cada búsqueda se observa nada más realizarla.

En una búsqueda secuencial, el individuo para de buscar cuando encuentra el precio más bajo:

En el caso de una búsqueda la utilidad esperada es la misma:

$$U(1B) = -90 - c$$

En el caso de dos búsquedas, el individuo parará de buscar si encuentra el precio de 60 en la primera búsqueda, y seguirá buscando en caso contrario:

$$\begin{aligned}
 U &= \underbrace{\frac{1}{4}(-60 - c)}_{60 \text{ en la } 1^{\text{a}}} + \underbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}_{60 \text{ en la } 2^{\text{a}}}(-60 - 2c) \\
 &\quad + \underbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}_{\text{min } 80 \text{ en la } 1^{\text{a}} \text{ ó } 2^{\text{a}}}(-80 - 2c) \\
 &\quad + \underbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}_{\text{min } 100 \text{ en la } 1^{\text{a}} \text{ ó } 2^{\text{a}}}(-100 - 2c) + \underbrace{\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}\right)}_{120 \text{ en las dos}}(-120 - 2c) \\
 U(2B) &= -77.5 - 1.75c
 \end{aligned}$$

Ejercicio 18

Imagine que usted es un inversor con una riqueza inicial de 10.000 euros. En una fiesta, un informático algo achispado le propone adquirir los derechos de uso y distribución de un programa creado por él. Como usted siempre lleva su talonario en el bolsillo, tan sólo debe escribir lo que desee ofrecer en un cheque al portador. Ahora, su intuición le indica que hay un 20% de probabilidad de que el programa no valga nada, un 30% de que sea un programa mediano que le reporte unos beneficios de 5.000, y un 50% de que sea realmente bueno y le reporte 10.000. Estas ganancias puede obtenerlas un economista tan bueno como usted. Por el contrario, el informático sólo obtendría la mitad de lo que usted ganase en cada caso, pues es mucho peor gestor y comercializador. Por lo tanto: El informático, que conoce la calidad real del programa, aceptará como mínimo un cheque por la

mitad de lo que usted ganaría realmente. Suponga que usted es neutral al riesgo, con utilidad de la riqueza $U(x) = x$, donde x indica la riqueza final. Utilizando la teoría de la utilidad esperada, responda razonadamente: (a) ¿Qué precio escribirá usted? (b) Si pudiera obtener información fehaciente sobre la calidad del programa, ¿cuánto pagaría por ella como máximo?

a) Nótese que los únicos precios que podría tener sentido ofrecer son 0, 2500 o 5000. Cualquier otro es más de lo que el informático pide en cada contingencia, con lo cual no es óptimo. Tenemos por tanto tres loterías:

- 1) Precio 0: lotería segura 10000 euros porque o bien no nos venderá el programa o nos dará algo sin valor. La utilidad esperada es de 10000.
- 2) Precio 2500: esta lotería tiene 3 consecuencias posibles. Con probabilidad 20%, el programa carece de valor y nos quedamos con $10000-2500=7500$. Con probabilidad 30%, el programa rinde beneficios de 5000, con lo cual acabaríamos con una riqueza de $10000-2500+5000=12500$. Con probabilidad 50%, el programa es realmente bueno y el informático no nos lo vende, con lo cual nos quedamos con la riqueza inicial, 10000. La utilidad esperada de la lotería es por tanto $0,2+7500+0,3*12500+0,5*10000=10250$.
- 3) Precio 5000: otra lotería con 3 consecuencias posibles. Con probabilidad 20%, el programa carece de valor y nos quedamos con $10000-5000=5000$. Con probabilidad 30%, el programa rinde beneficios de 5000, con lo cual acabaríamos con una riqueza de $10000-5000+5000=10000$. Con probabilidad 50%, el programa da beneficios de 10000, con lo cual nos quedamos con una riqueza final de $10000-5000+10000=15000$. La utilidad esperada de la lotería es por tanto $0,2*5000+0,3*10000+0,5*15000=11500$. Comparando las utilidades esperadas, se sigue que deberá ofrecer un precio de 5000 euros.

b) Si usted paga c euros por la información, posteriormente ofrecerá justo lo que valga el programa. Pagar por la información es por tanto una lotería con 3 consecuencias: i) con probabilidad del 20%, el programa carece de valor y no pagamos nada por él, con lo que nos quedamos con $10000-c$, ii) con probabilidad 30%, el programa rinde beneficios de 5000; entonces pagamos solo

2500 y acabamos con una riqueza de $10000-2500+5000-c=12500-c$. Con probabilidad 50%, el programa da beneficios de 10000; entonces pagamos 5000 por el y obtenemos una riqueza final de $10000-5000+10000-c=15000-c$. La utilidad esperada de la lotería es por tanto $0,2*(10000-c)+0,3*(12500-c)=13250-c$. Convendra pagar por la información siempre que $13250-c$ sea mayor que 11500, la máxima utilidad que puede obtenerse no pagando. Por tanto, lo máximo que se pagaría es $13250-11500=1750$ euros.

Ejercicio 19

El Gobierno de un pequeño país ha iniciado recientemente un plan de estabilización; no está claro si éste será exitoso o no. Se estima que con una probabilidad del 50% el plan será exitoso y que, también con una probabilidad de un 50%, éste fracasará. Un empresario debe elegir entre dos proyectos de inversión, uno en el pequeño país y otro en el extranjero.

Las utilidades del proyecto en el extranjero serán de 400 mil dólares, independientemente de si el plan de estabilización fracasa o no. Las utilidades del proyecto en el país serán de 200 mil dólares si el plan de estabilización fracasa y de 800 mil si éste tiene éxito. El empresario es neutro al riesgo. Responda las siguientes preguntas, justificando sus respuestas:

- a) **¿Cuál de los proyectos de inversión elegirá el empresario?**
- b) **¿¿Cuál es la mayor cantidad de dinero que el empresario estaría dispuesto a pagar por saber, antes de decidir cuál inversión realizar, si el plan de estabilización será exitoso o no?**

Resumamos la información:

	<i>Plan fracasa (prob. 0.5)</i>	<i>Plan exitoso (prob. 0.5)</i>
Utilidades proyecto extranjero	400.000	400.000
Utilidades proyecto país pequeño	800.000	200.000

- a) Escogerá aquella alternativa que en promedio le reporte mayor ingreso.

Ingreso proyecto extranjero: 400000

$$E(\text{ingreso país})=800000*0.5+200000*0.5=500000$$

Por lo tanto, escogerá invertir en el país pequeño.

- b) En ese caso debemos calcular cual es el valor esperado del ingreso con información perfecta y comparada con la parte a) sin información:

Si tuviéramos información perfecta y supiéramos que el plan será exitoso invertiríamos en el país, pero si sabemos que será un fracaso, invertimos en el extranjero. Recordemos además que se trata de un individuo neutral al riesgo. Entoncés:

$$E(\text{ingreso con información})=800000*0.5+400000*0.5=400000+200000=600000$$

$$E(\text{ingreso sin información})=500000$$

Por lo tanto, estaremos dispuestos a pagar como mucho 100000 por tener información perfecta.

Ejercicio 20

Suponga que usted dispone de 10.000 para invertir y existen dos alternativas de inversión: acciones de la compañía A y acciones de la compañía B. Una acción de cualquiera de las dos compañías cuesta 1 y usted cree que aumentará a 2 si la compañía tiene un buen desempeño y que la acción quedará sin valor si el desempeño es malo. Cada compañía tiene una probabilidad de 50% de marchar bien. Si usted decide que invertirá solo 4.000 y evalúa las siguientes alternativas:

- **Alternativa 1: invertir solo en la empresa A.**
- **Alternativa 2: invertir la mitad en la empresa A y mitad en la empresa B.**

Calcule las utilidades asociadas a cada alternativa y muestre gráficamente que la estrategia diversificada le entregará una mayor utilidad.

Supongamos que invierte todo en A: con un 50% de probabilidad obtendré finalmente 6000 (pierdo los 4000 que invierto y me quedo solo con 6000) y con un 50% obtendré 14000 (doblo los 4000 que apuesto: 8000 mas los 6000 = 14000).

Por lo tanto, $E(\text{ingreso invertir solo en A}) = 0.5 \cdot 6000 + 0.5 \cdot 14000 = 10000$

Este nivel de ingreso tiene asociado un nivel de utilidad U_1 .

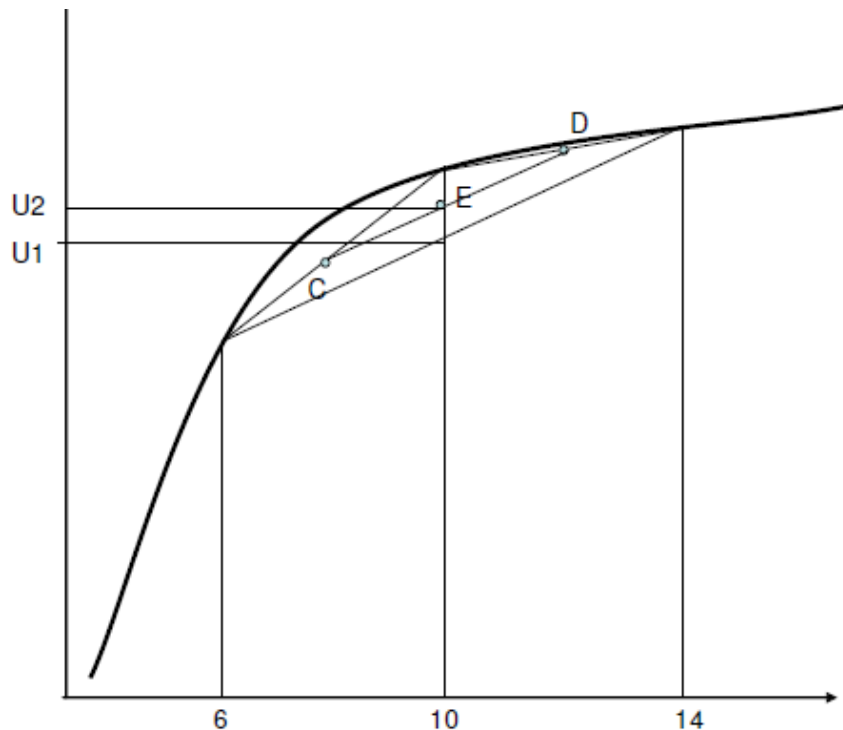
Ahora si invierto 2000 en A y 2000 en B, tendré 4 escenarios posibles:

	B: resultado malo	B: resultado bueno
A: resultado bueno	6000	10000
A: resultado malo	10000	14000

En este caso vemos que el resultado del ingreso esperado es el mismo $E(\text{ingreso de diversificar}) = 10000$

La diferencia está en que esta alternativa es menos arriesgada, porque solo en el 25% de los casos quedo con 6000.

Para realizar el análisis gráfico, del promedio de 6000 y 10000 obtenemos el punto C, del promedio de 10000 y 14000 obtenemos el punto D, y del promedio de C y D obtengo E.



Claramente es nivel de utilidad de U_2 es mayor que el de U_1 . Eso demuestra que el diversificar se tiene mayor utilidad.