Microeconomía:
Consumo y Producción
1er curso (1º Semestre)
Grado en Economía

Parte II. Tema IV: El modelo de elección intertemporal

(Capítulo 10 H.R Varian, Capítulo 16 B.Peter Pashigian)

Profesores: Inmaculada Álvarez Ayuso (coordinadora)
Jose Luis Zofío
María García Salvador
Benjamin Martinez Castañeda
Jorge Juan Moya

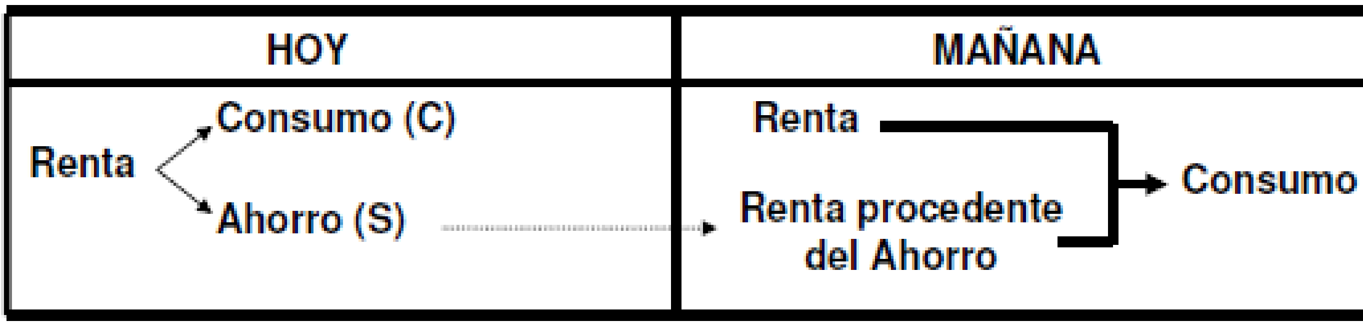
Tema 4: El modelo de elección intertemporal

- 4.1. La restricción presupuestaria intertemporal
- 4.2. Las preferencias intertemporales
- 4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución
- 4.4. La inflación
- 4.5. El Valor Actual Neto

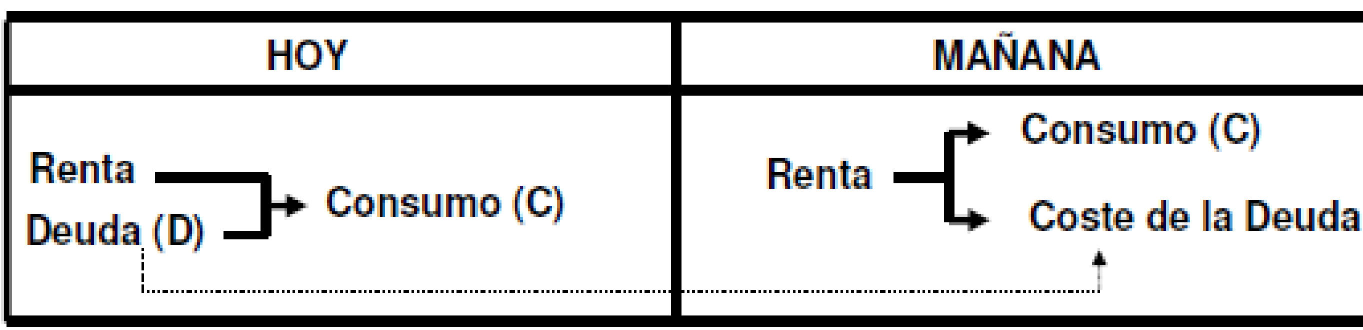
Tema 4: El modelo de elección intertemporal

1

Los Individuos podrán <u>AHORRAR</u> para traspasar renta presente al futuro.



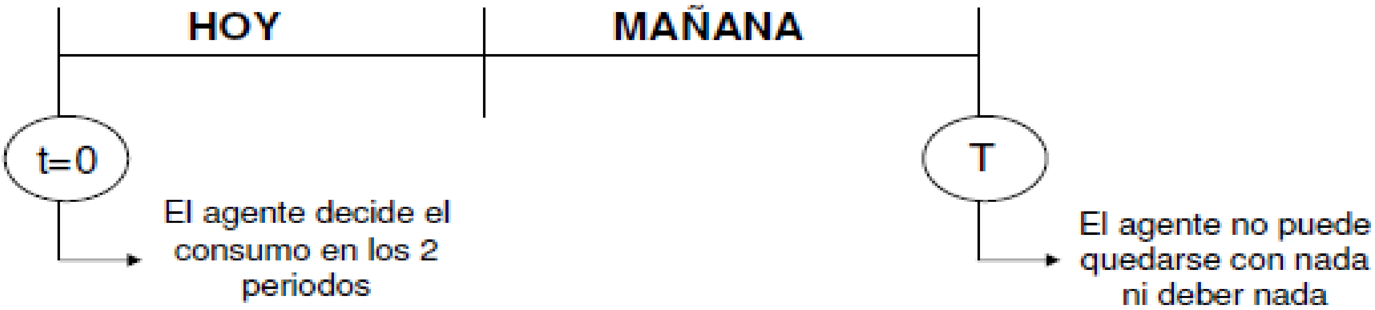
Los Individuos podrán <u>ENDEUDARSE</u> para traspasar renta futura al presente.



Tema 4: El modelo de elección intertemporal

Marco Analítico (Supuestos asumidos en el Análisis):

2 LOS INDIVIDUOS VIVEN 2 PERIODOS.



3 Los Individuos conocen sus INGRESOS FUTUROS. Además, también se conocen sus PREFERENCIAS PRESENTES Y FUTURAS.

4 Asumimos que el INDIVIDUO CONSUME UN BIEN EN CADA PERIODO.

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

- Un individuo recibe una renta M_1 en el periodo actual y una renta M_2 en el periodo futuro.
- Además puede prestar y pedir prestado a un tipo de interés r.

Cantidad máxima que podríamos consumir en el futuro (cuando gastamos toda la renta, actual y futura, en consumo futuro)

$$C_2^{\max} = M_2 + \underbrace{M_1(1+r)}_{\text{Valor futuro de M1}}$$

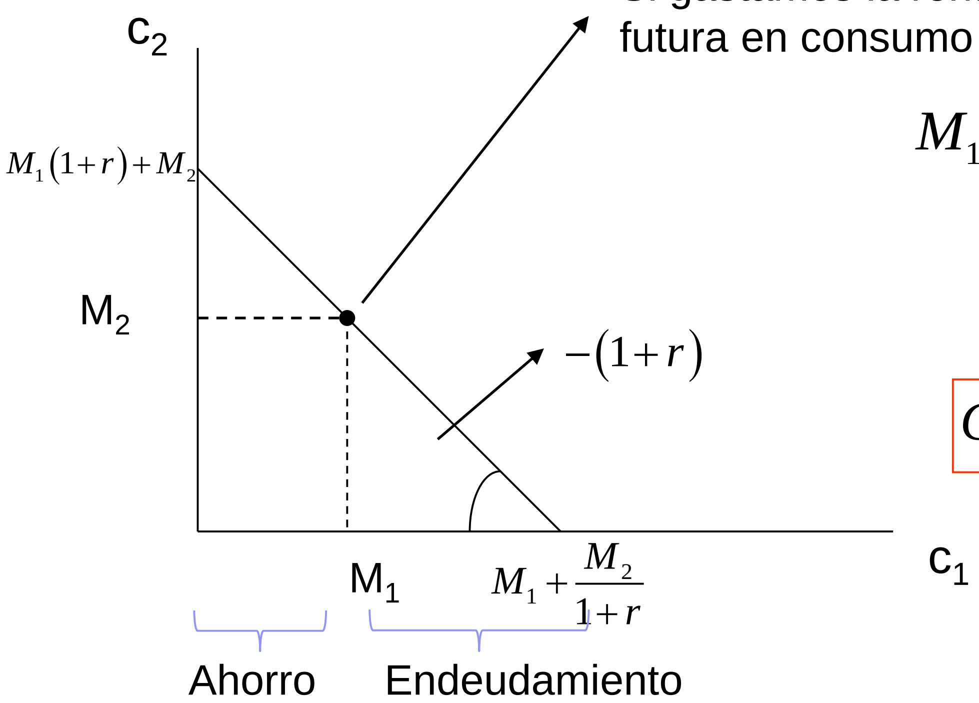
Cantidad máxima que podríamos consumir en el presente (cuando gastamos toda la renta, actual y futura, en consumo presente)

$$C_1^{\max} = M_1 + \underbrace{\frac{M_2}{(1+r)}}_{\text{Valor actual de M2}}$$

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

Representación gráfica

Si gastamos la renta actual en consumo actual y la renta futura en consumo futuro



$$M_1(1+r)+M_2=C_1(1+r)+C_2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C_2=M_1(1+r)+M_2-(1+r)C_1}$$

- La pendiente de la restricción presupuestaria intertemporal puede interpretarse como un cociente entre el precio del consumo actual y el precio del consumo futuro
- Como (1+r)>1, quiere decir que el consumo actual tiene un precio mayor que el consumo futuro.

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

Valor futuro:

$$\boxed{M_1(1+r)+M_2 = C_1(1+r)+C_2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C_2 = M_1(1+r)+M_2-(1+r)C_1}$$

Valor actual:

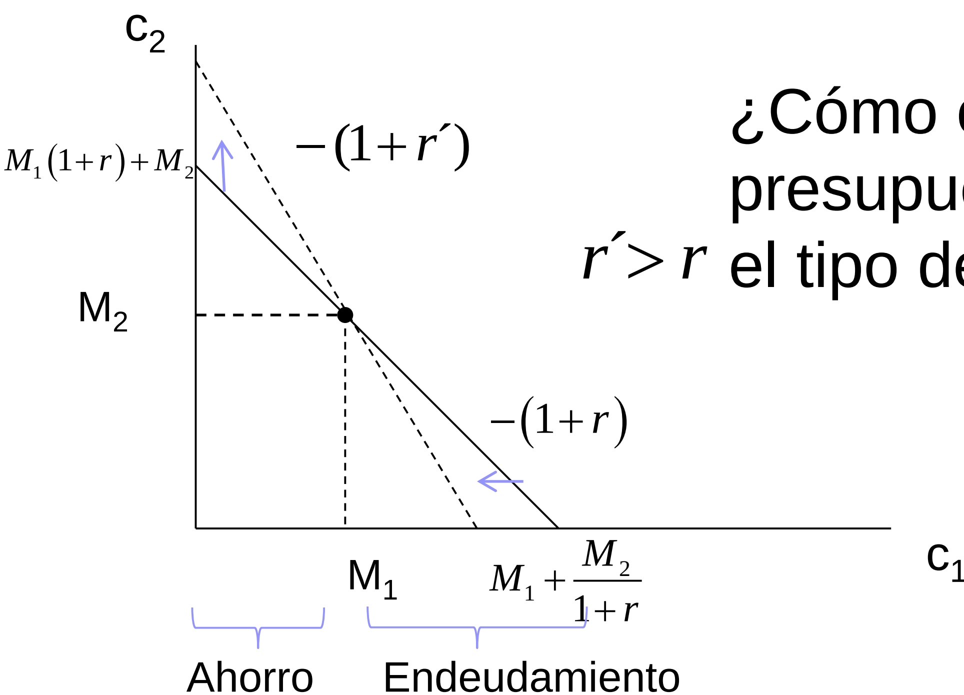
$$\boxed{M_1 + \frac{M_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C_2 = M_1(1+r)+M_2-(1+r)C_1}$$

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

Estática comparativa



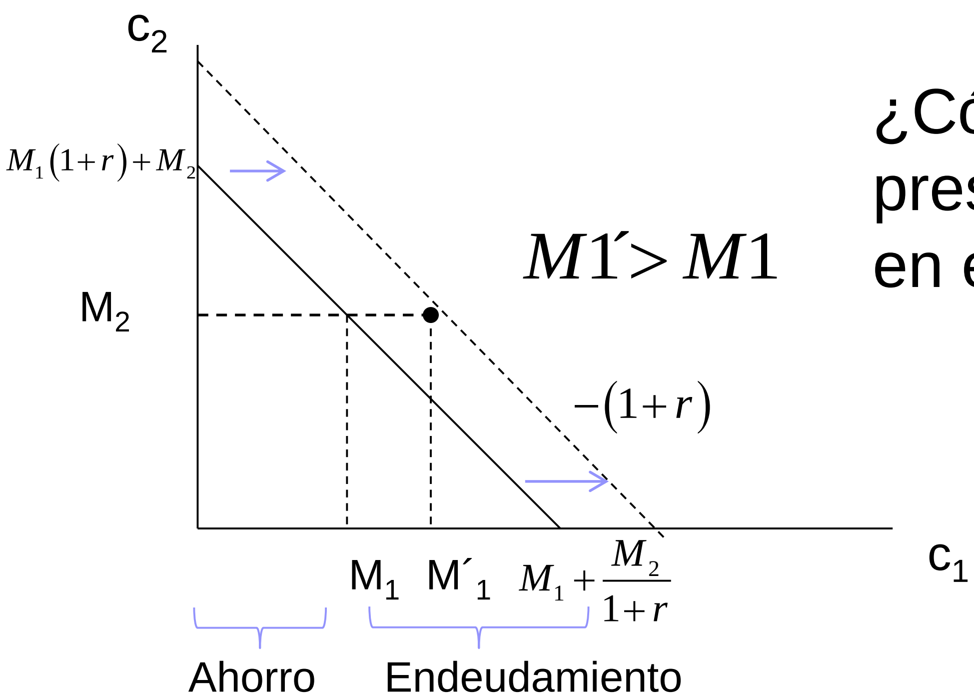
$r' > r$

¿Cómo cambia la restricción presupuestaria cuando varía el tipo de interés?

↑ r

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

Estática comparativa

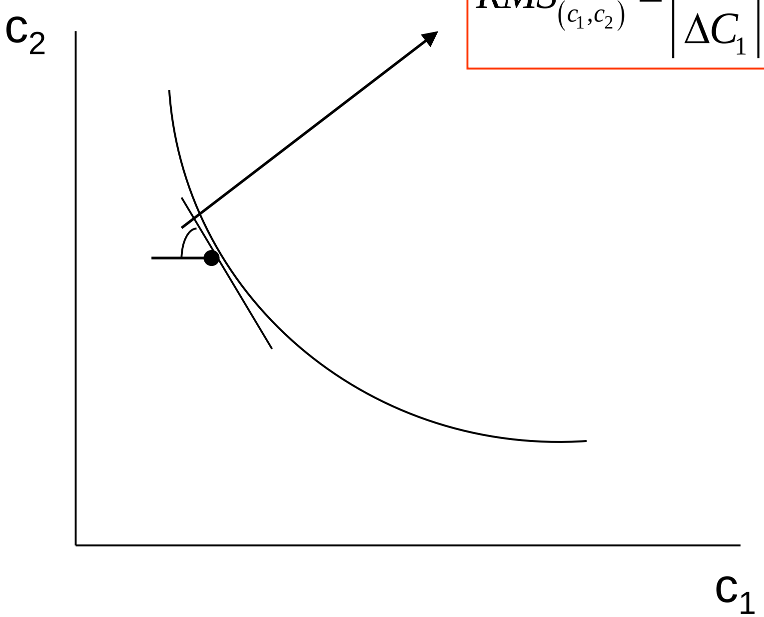


¿Cómo cambia la restricción presupuestaria ante variaciones en el nivel de renta?

$\uparrow M_1$

4.2. Las preferencias intertemporales

- Las preferencias de un consumidor respecto al consumo actual y consumo futuro también pueden representarse a través de curvas de indiferencia.



$$RMS_{(c_1,c_2)} = \left|\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1}\right| \rightarrow \text{ Tasa marginal de preferencia intertemporal}$$

$$\rightarrow \text{Si } \left|\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1}\right| > 1 \rightarrow \text{ Preferencia temporal positiva}$$

Se necesita **más** de una unidad de consumo Futuro para compensar al individuo por la Pérdida de una unidad de consumo actual

$$\rightarrow \text{Si } \left|\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1}\right| < 1 \rightarrow \text{ Preferencia temporal negativa}$$

Se necesita **menos** de una unidad de consumo Futuro para compensar al individuo por la Pérdida de una unidad de consumo actual

4.2. Las preferencias intertemporales

Las Preferencias vienen recogidas por la Función de Utilidad

$$\boxed{U(C_1, C_2)}$$

Consideraremos diferentes tipos de Funciones de Utilidad

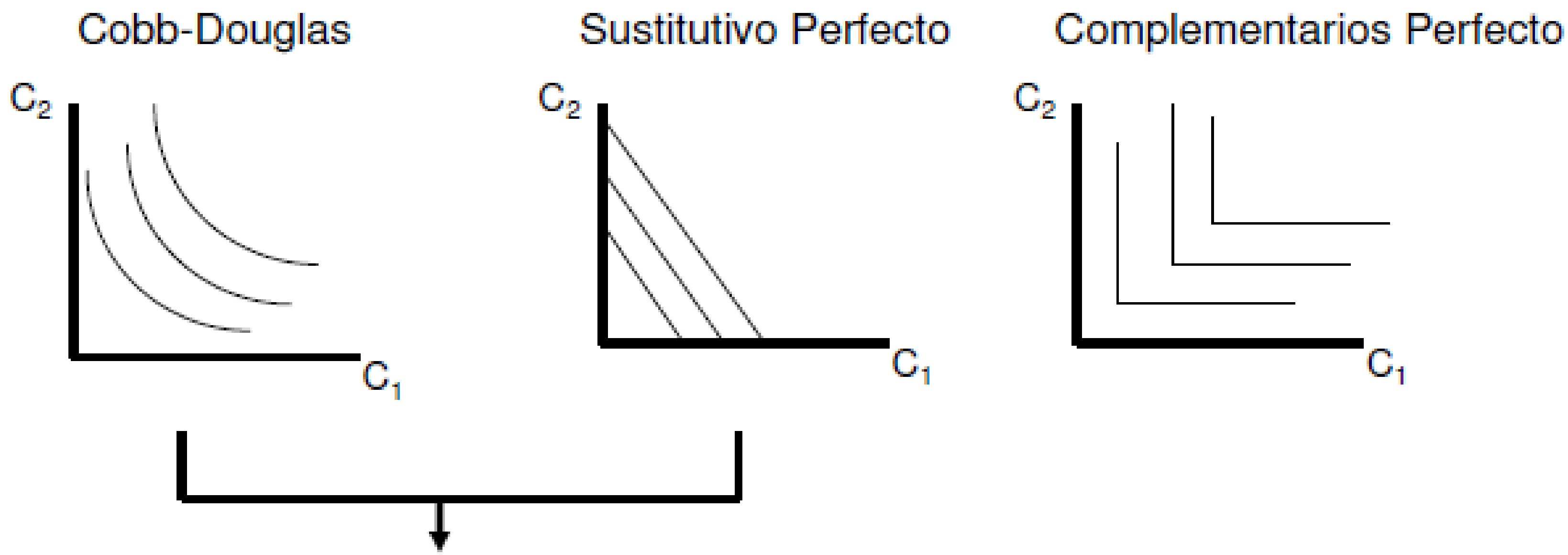
Función de Utilidad Cobb-Douglas → $U(C_1, C_2) = C_1^{\alpha} \cdot C_2^{\beta}$

Función de Utilidad Lineal → $U(C_1, C_2) = \alpha \cdot C_1 + \beta \cdot C_2$

Función de Utilidad Tipo Leontief → $U(C_1, C_2) = \min\{\alpha \cdot C_1, \beta \cdot C_2\}$

4.2. Las preferencias intertemporales

A partir de estas Funciones de Utilidad se pueden obtener un Mapa de Curvas de Indiferencia:



La Relación Marginal de Sustitución (pendiente de la CI) representa el número de unidades de Consumo Futuro que se está dispuesto a renunciar por una unidad adicional de Consumo Presente manteniendo constante el nivel de utilidad.

4.2. Las preferencias intertemporales

- **Demandas óptimas de consumo actual y futuro**

$$\max_{C_1, C_2} \quad U(C_1, C_2)$$
$$s.a.\ (1+r)C_1 + C_2 = (1+r)\mathrm{M}_1 + M_2$$

$$\Downarrow$$

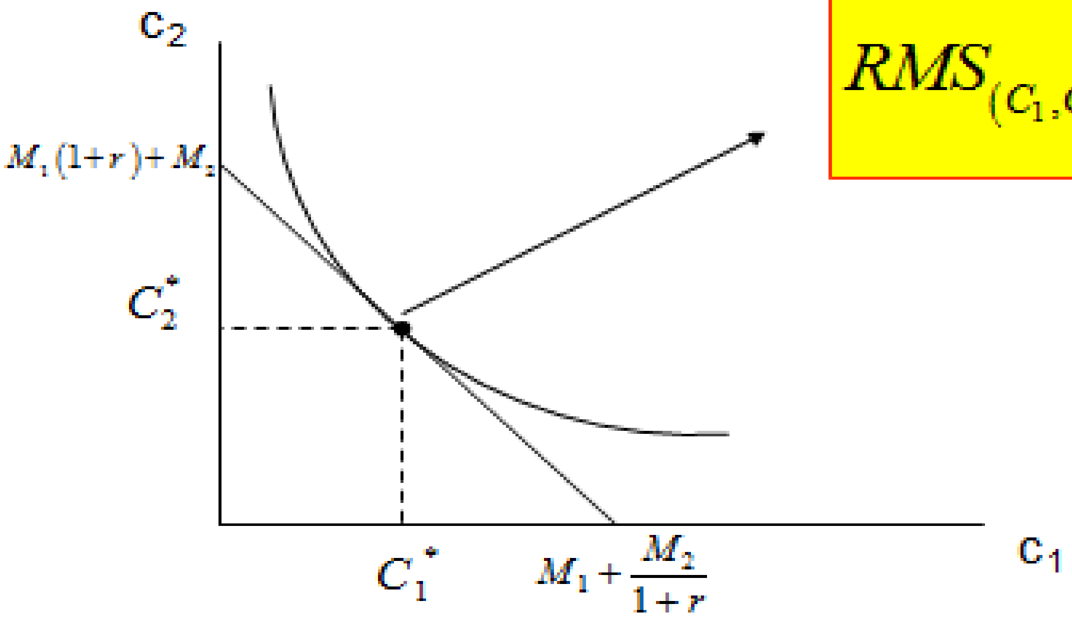
$$\mathrm{L} = \quad U(C_1, C_2) + \lambda\{(1+r)\mathrm{M}_1 + M_2 - (1+r)C_1 - C_2\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \dfrac{\partial L}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow UMg_{C_1} - \lambda(1+r) = 0 \\[2em] 2)\ \dfrac{\partial L}{\partial C_2} = 0 \Rightarrow UMg_{C_2} - \lambda = 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{\dfrac{UMg_{C_1}}{UMg_{C2}} = (1+r) \Rightarrow RMS_{(C_1,C_2)} = (1+r)}$$

$$3)\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \qquad \longrightarrow \quad \boxed{(1+r)C_1 + C_2 = (1+r)\mathrm{M}_1 + M_2}$$

4.2. Las preferencias intertemporales

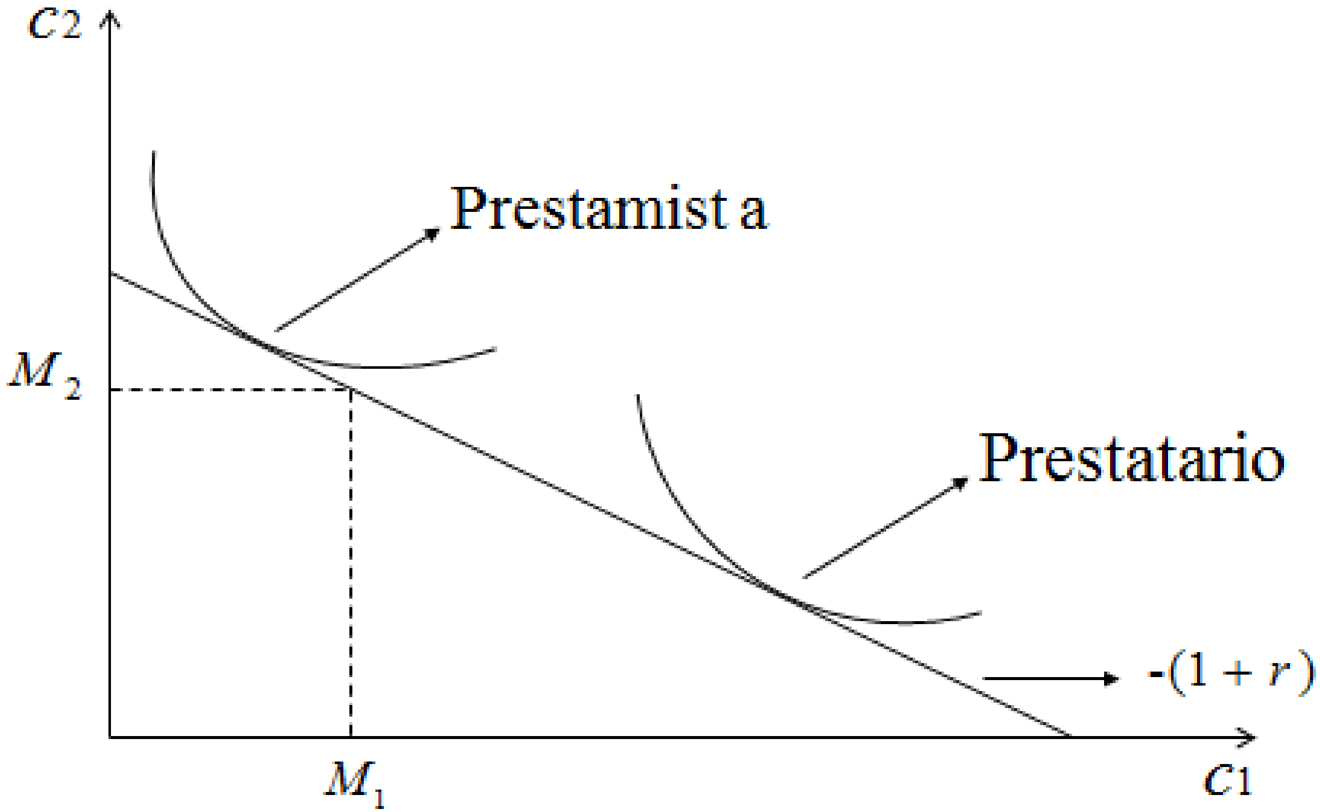
- **Demandas óptimas de consumo actual y futuro**



$$\boxed{RMS_{(C_1,C_2)} = (1+r) = \frac{p_1}{p_2}}$$

4.2. Las preferencias intertemporales

El individuo decide ahorrar o endeudarse. Gráficamente, ambas situaciones se representan de la siguiente forma.



4.2. Las preferencias intertemporales

Ejemplo 1: Preferencias tipo Cobb-Douglas $U(C_1, C_2) = C_1^{\alpha} C_2^{\beta}$

$$MaxU \quad (C_1, C_2) = C_1^{\alpha} C_2^{\beta}$$
$$s.a.(1+r)C_1 + C_2 = (1+r)M_1 + M_2$$

$$RMS_{C_1,C_2} = \frac{UMgc_1}{UMgc_2} = \frac{\alpha C_1^{\alpha-1} C_2^{\beta}}{\beta C_1^{\alpha} C_2^{\beta-1}} = \frac{\alpha C_2}{\beta C_1}$$

$$(1+r)C_1 + C_2 = (1+r)M_1 + M_2$$

$$RMS_{C_1,C_2} = \frac{\alpha C_2}{\beta C_1} = (1+r)$$

Sustituyendo en la restricción presupuestaria:

$$\alpha C_2 = (1+r)\beta C_1$$

$$(1+r)C_1 + (1+r)\frac{\beta}{\alpha}C_1 = (1+r)M_1 + M_2$$

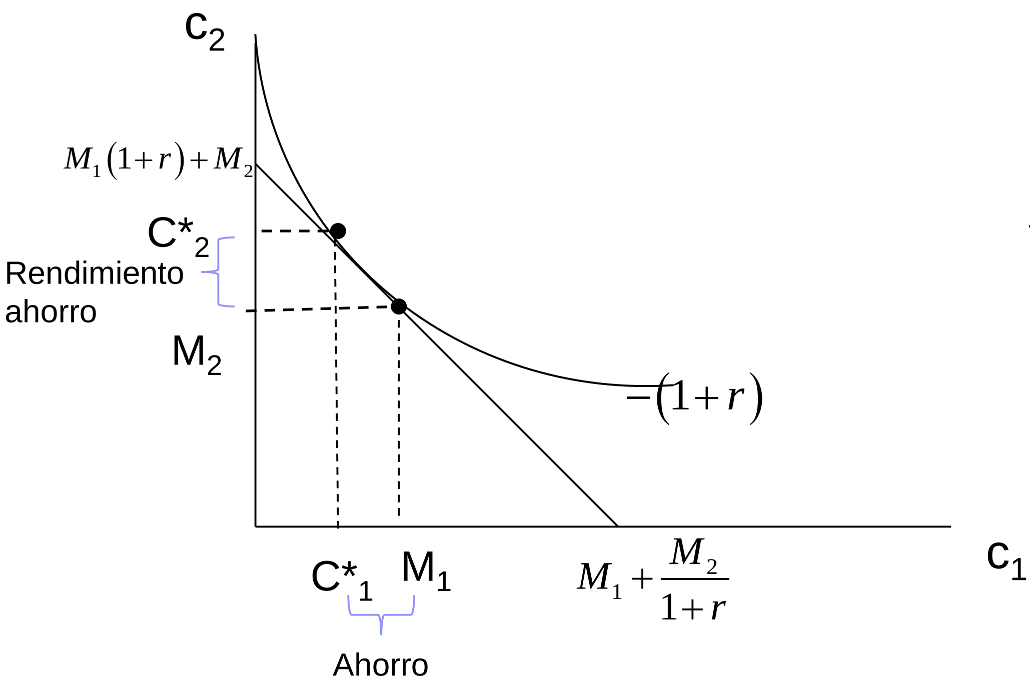
$$(1+r)C_1 + (1+r)\frac{\beta}{\alpha}C_1 = (1+r)M_1 + M_2$$

Despejando, obtenemos los niveles óptimos de consumo:

$$C_1 = \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\left[M_1 + \frac{M_2}{(1+r)}\right]$$
$$C_2 = \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\left[M_1(1+r) + M_2\right]$$

4.1. La restricción presupuestaria intertemporal

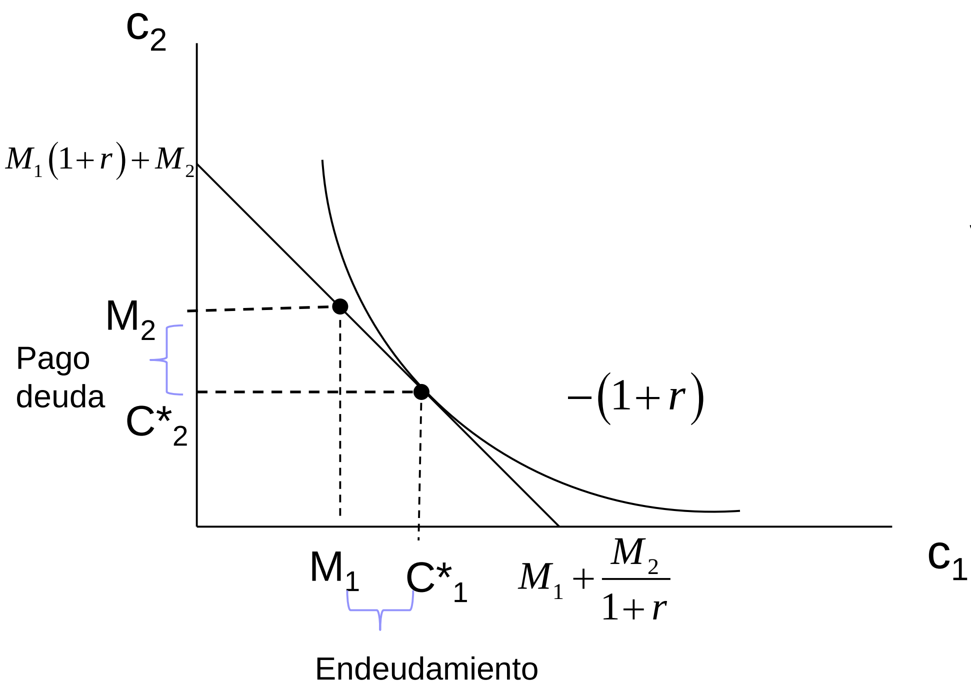
Ejemplo 1: preferencias Cobb-Douglas
Solución gráfica



Si el individuo ahorra

4.2. Las preferencias intertemporales

Ejemplo 1: preferencias Cobb-Douglas
Solución gráfica

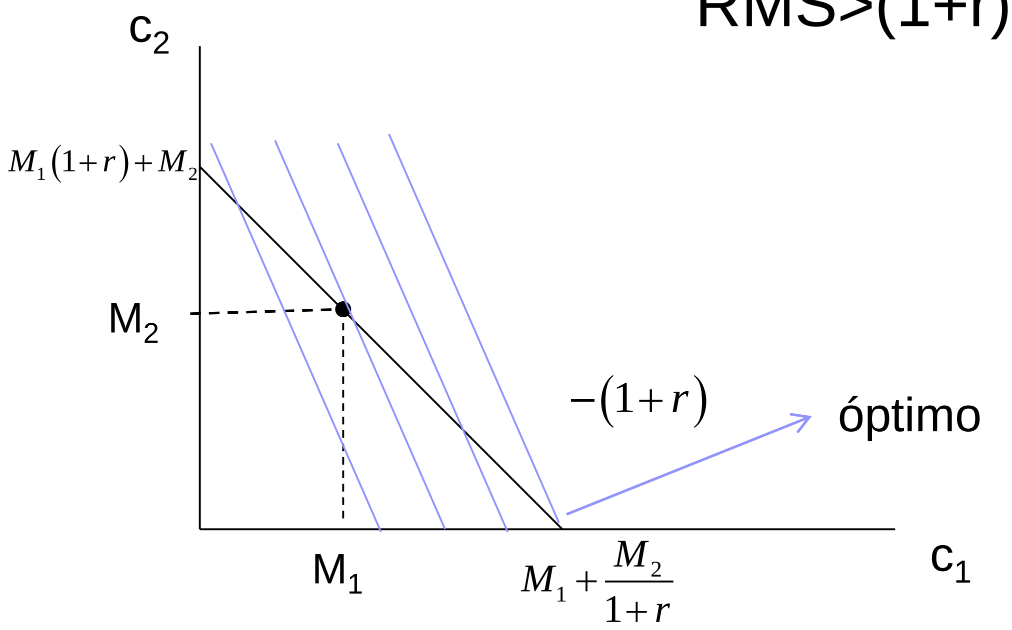


Si el individuo se endeuda

4.2. Las preferencias intertemporales

Ejemplo 2: sustitutivos perfectos $U(C_1, C_2) = \alpha C_1 + \beta C_2$

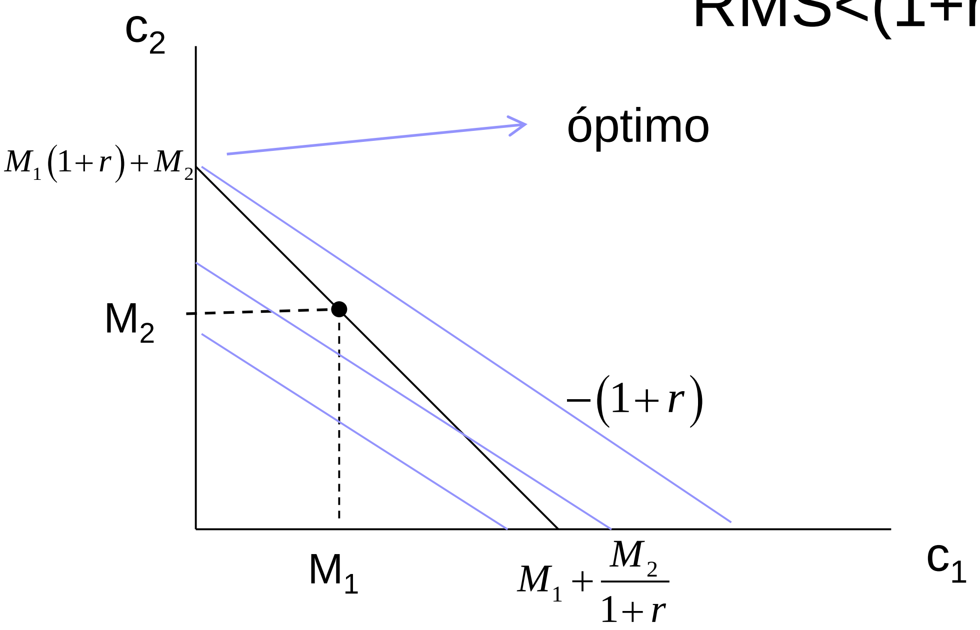
RMS>(1+r)



4.2. Las preferencias intertemporales

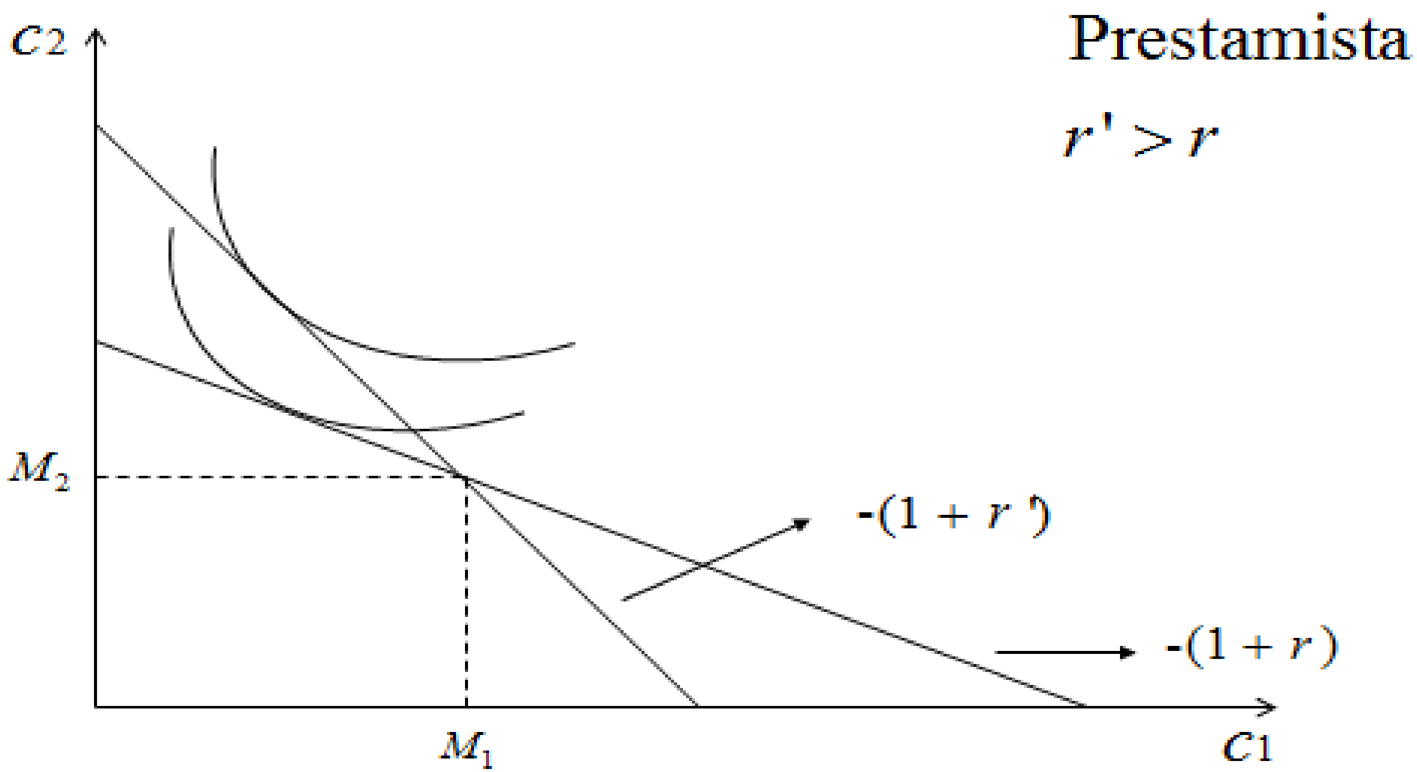
Ejemplo 2: sustitutivos perfectos $U(C_1, C_2) = \alpha C_1 + \beta C_2$

RMS<(1+r)



4.2. Las preferencias intertemporales

Cambios en el tipo de interés



- Si un individuo es inicialmente **prestamista** y sube el tipo de interés, seguirá siendo prestamista.
- Si un individuo es inicialmente **prestatario** y sube el tipo de interés, puede pasar a ser prestamista.

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

- La ecuación de Slutsky puede utilizarse para descomponer la variación de la demanda provocada por un cambio del tipo de interés en efecto renta y efecto sustitución
- El análisis es más sencillo cuando partimos de la restricción presupuestaria expresada en valor futuro.
- Una subida del tipo de interés es exactamente igual a una subida del precio del consumo actual en comparación con el consumo futuro.
- Según la ecuación de Slutsky tenemos:

$$\underbrace{\frac{\Delta C_1^t}{\Delta p_1}}_{\text{ET}} = \underbrace{\frac{\Delta C_1^s}{\Delta p_1}}_{\text{ES}} \underbrace{- C_1 \frac{\Delta C_1^m}{\Delta m}}_{\text{ER ordinario}} \underbrace{+ M_1 \frac{\Delta C_1^m}{\Delta m}}_{\text{ER dotación}}$$

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

$$\frac{\Delta C_1^t}{\Delta p_1} = \frac{\Delta C_1^s}{\Delta p_1} + (M_1 - C_1)\frac{\Delta C_1^m}{\Delta m}$$
$$(?) \qquad (-) \qquad (?) \qquad (+)$$

- El ES actúa como siempre en sentido opuesto al precio. Por tanto, si sube el tipo de interés, por el efecto sustitución se reduce el consumo en el periodo actual
- Si el consumo actual es un bien normal, entonces variaciones en la renta y en el consumo actual van en el mismo sentido
  - Si el individuo es **prestatario** $M_1 - C_1 < 0 \Rightarrow \frac{\Delta C_1^t}{\Delta p_1} < 0$

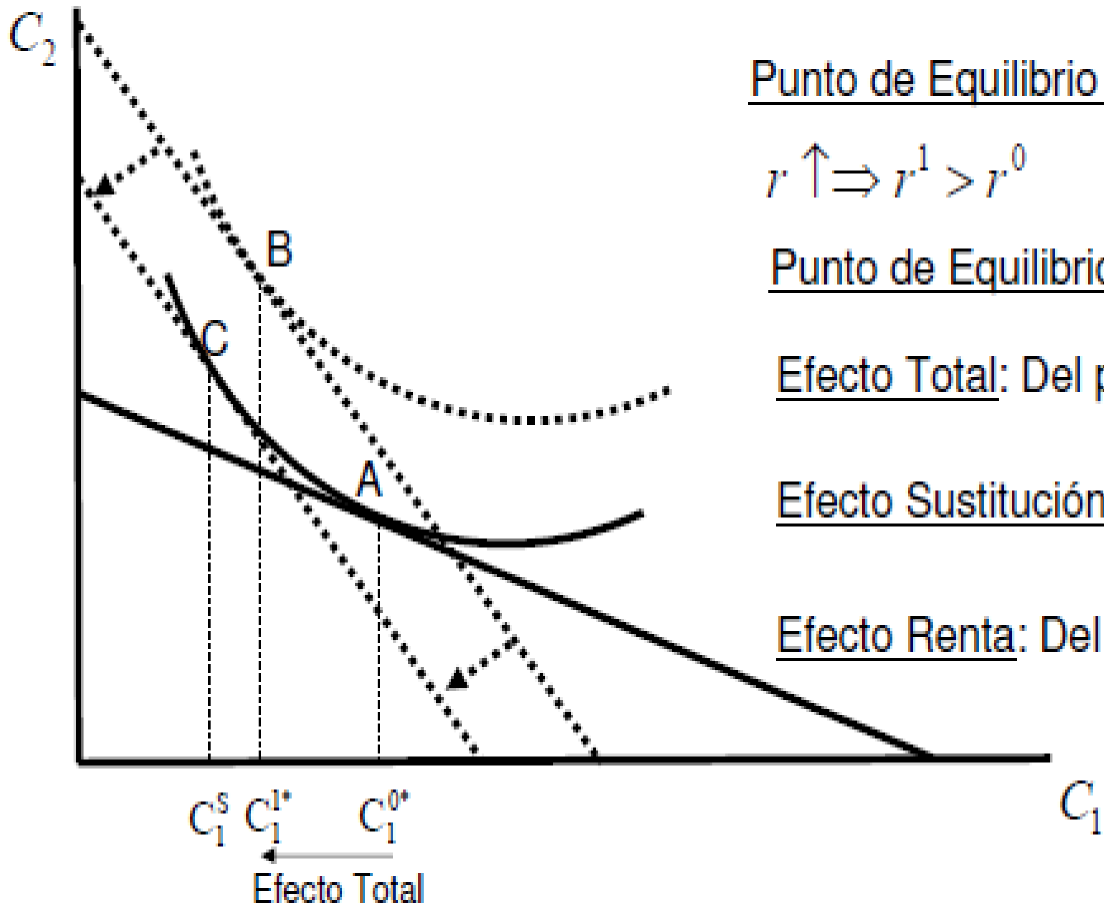
    Una subida del tipo de interés reduce el consumo actual

  - Si el individuo es **prestamista** $M_1 - C_1 > 0 \Rightarrow \frac{\Delta C_1^t}{\Delta p_1} ?$

    Una subida del tipo de interés tiene un efecto ambiguo sobre el consumo actual

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

Suponemos que el Individuo Inicialmente Ahorra y aumenta r



Punto de Equilibrio Inicial : A

$r \uparrow \Rightarrow r^1 > r^0$

Punto de Equilibrio Final: B

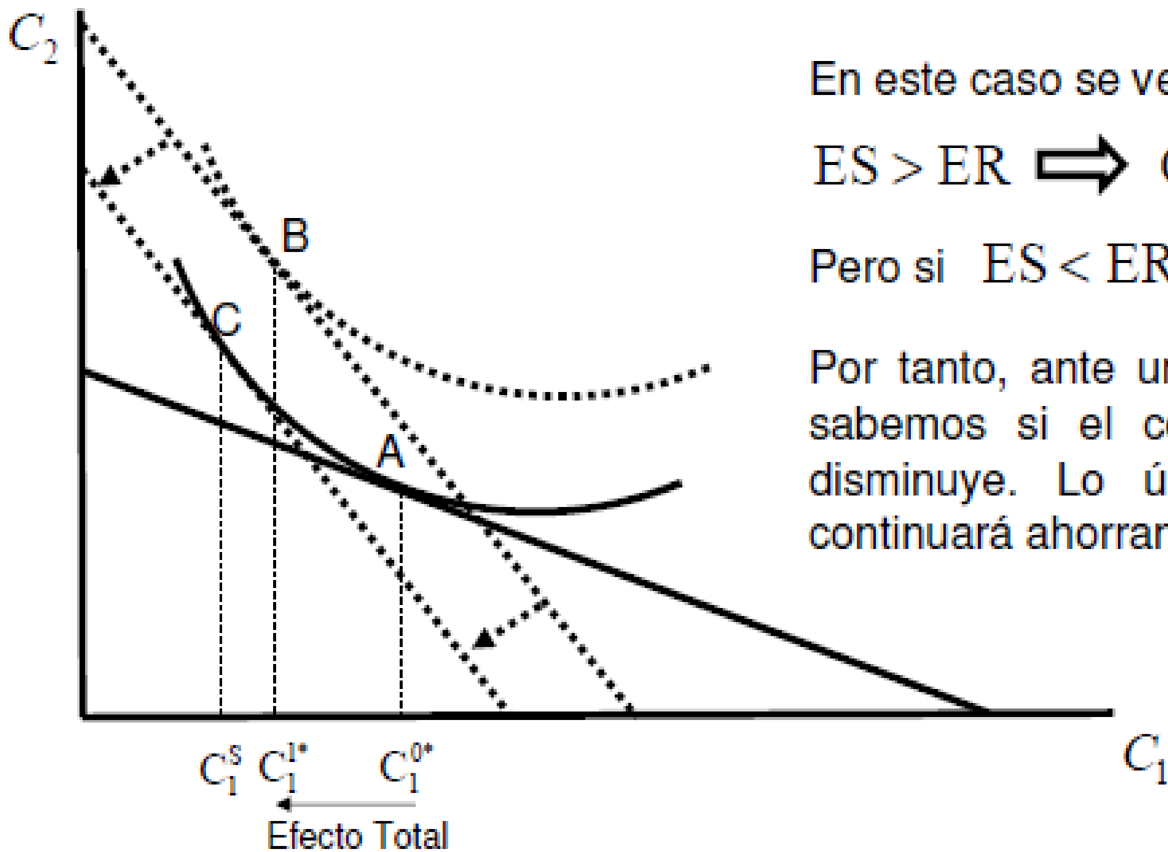
Efecto Total: Del punto A al punto B.

Efecto Sustitución: Del punto A al punto C.

Efecto Renta: Del punto C al punto B.

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

Suponemos que el Individuo Inicialmente Ahorra y aumenta r



En este caso se verifica que

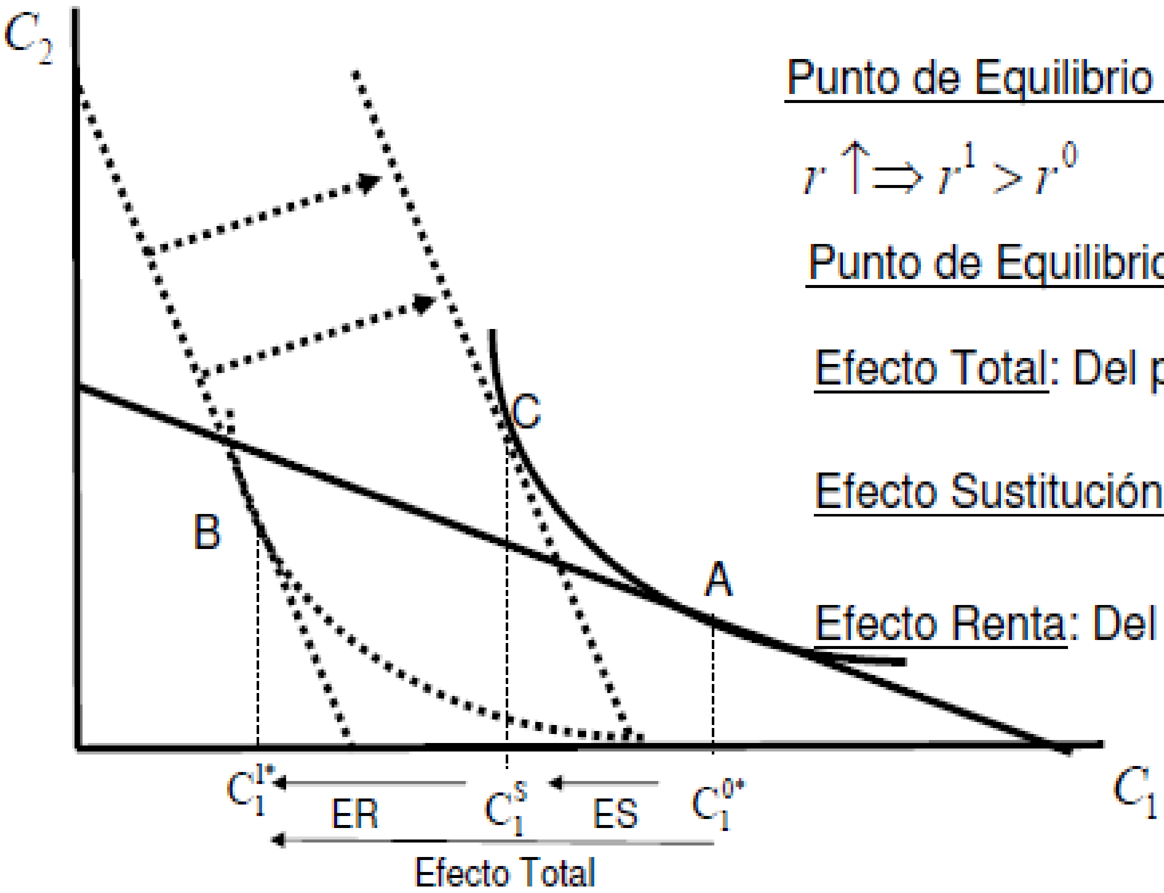
$$ES > ER \Rightarrow C_1 \downarrow$$

Pero si $ES < ER \Rightarrow C_1 \uparrow$

Por tanto, ante un aumento en r no sabemos si el consumo aumenta o disminuye. Lo único claro es que continuará ahorrando.

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

Suponemos que el Individuo Inicialmente es Deudor y aumenta r



Punto de Equilibrio Inicial : A

$r \uparrow \Rightarrow r^1 > r^0$

Punto de Equilibrio Final: B

Efecto Total: Del punto A al punto B.

Efecto Sustitución: Del punto A al punto C.

Efecto Renta: Del punto C al punto B.

4.3. La ecuación de Slutsky: efecto renta y efecto sustitución

TABLAS RESUMEN

EFECTOS SOBRE LA POSICIÓN CREDITICIA DEL INDIVIDUO		
	Aumento del Tipo de Interés	Disminución del Tipo de Interés
AHORRADOR (Prestador)	AHORRADOR	?
DEUDOR (Prestatario)	?	DEUDOR

EFECTOS SOBRE EL CONSUMO DEL INDIVIDUO		
	Aumento del Tipo de Interés	Disminución del Tipo de Interés
AHORRADOR (Prestador)	?	?
DEUDOR (Prestatario)	$C_1 \downarrow ?$	$C_1 \uparrow$

4.4. La inflación

- Hasta aquí el precio del bien es constante en los dos periodos.
- Ahora asumimos $p_1 = 1 \neq p_2$ y por lo tanto el consumo en el segundo periodo es,

$$P_2 C_2 = (M_1 - C_1)(1+r) + M_2$$

- Si definimos la tasa de inflación π como $(1+\pi) = p_2$ entonces, la restricción presupuestaria es

$$C_2 = (M_1 - C_1)\frac{(1+r)}{(1+\pi)} + \frac{M_2}{(1+\pi)}$$

4.4. La inflación

- Si definimos el tipo de interés real como

Tdi real $\longleftarrow$ $$1+i=\frac{1+r}{1+\pi}$$ $\longrightarrow$ Tdi nominal

$\searrow$ Tasa de inflación

- La r.presupuestaria es

$$C_2=(M_1-C_1)\frac{(1+r)}{(1+\pi)}+\frac{M_2}{(1+\pi)}$$

4.4. La inflación

- ¿Porqué preferimos el dinero hoy a mañana?

➢ Porque debido a la inflación pierde valor

$$(1+\pi)$$

➢ Debido a la incertidumbre sobre el futuro

$$(1+i)$$

$$1+r=(1+i)(1+\pi)$$

➢ Y por lo tanto,

4.4. La inflación

- Podemos simplificar la relación entre tipo de interés nominal, real y tasa de inflación.
- Para valores de r, i y π pequeños tenemos que

$$i = \frac{1+r}{1+\pi} - 1 = \frac{r-\pi}{1+\pi} \quad \Rightarrow \quad r \approx i + \pi$$

4.5. Valor actual neto

- Hemos visto las expresiones de la restricción presupuestaria en valor presente y valor futuro.

Valor futuro $$M_1(1+r)+M_2=C_1(1+r)+C_2$$

Valor presente $$M_1+\frac{M_2}{(1+r)}=C_1+\frac{C_2}{(1+r)}$$

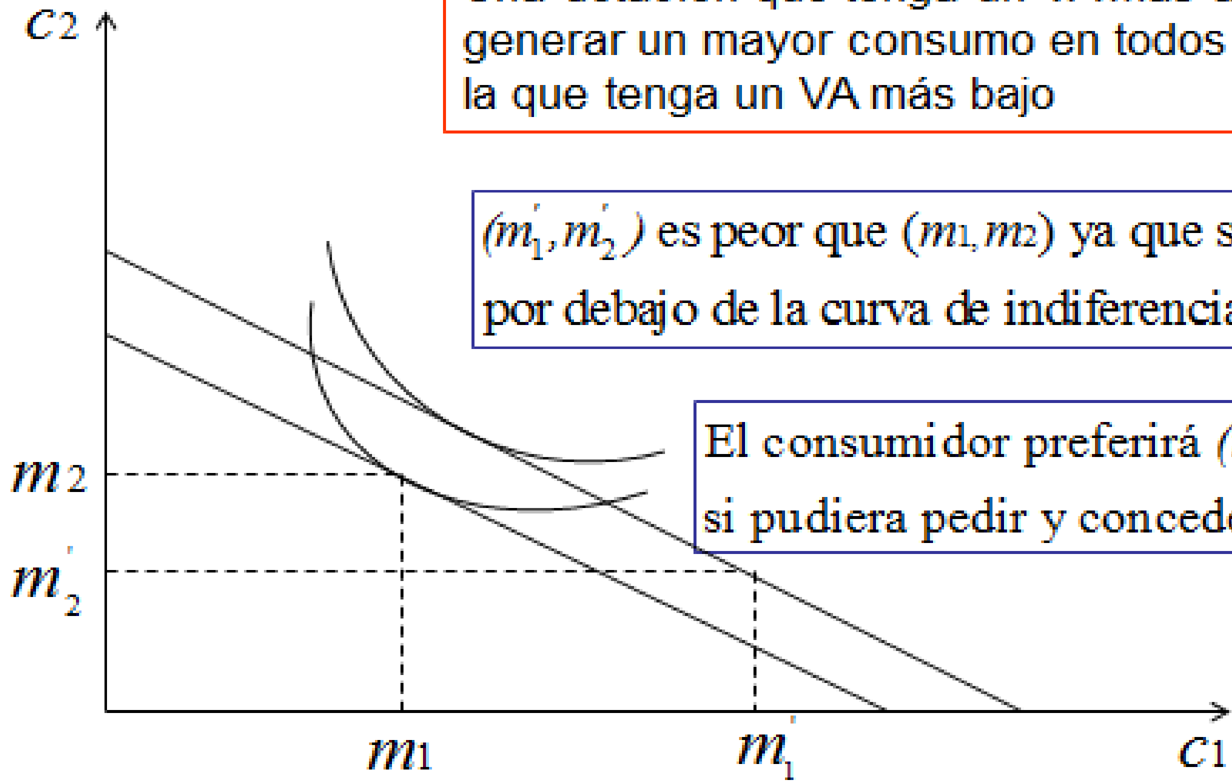
- **Valor futuro**: 1 € de hoy puede convertirse en (1+r) € en el próximo periodo, prestándolo al banco al tipo de interés r..
- **Valor presente**: ¿Cuánto vale 1€ del próximo periodo medido en € de hoy? $\rightarrow$ 1/(1+r)
- La restricción presupuestaria intertemporal nos indica que un plan de consumo es asequible si el valor actual del consumo es igual al valor actual de la renta.

4.5. Valor actual neto

Una dotación que tenga un VA más alto siempre podrá generar un mayor consumo en todos los periodos que la que tenga un VA más bajo

(m_1', m_2') es peor que (m_1, m_2) ya que se encuentra por debajo de la curva de indiferencia de la dotación inicial

El consumidor preferirá (m_1', m_2') a (m_1, m_2) si pudiera pedir y conceder préstamos al tipo r



4.5. Valor actual neto

El valor actual en el caso de varios periodos

- 1€ hoy son $(1+r)$ € dentro de un año.
- 1€ hoy son $(1+r)^2$ € dentro de dos años.
- La misma cantidad tiene valores distintos dependiendo de cuando está disponible.
- ¿Cómo podemos comparar dos series de flujos de dinero en el tiempo?
- El valor actual neto (VAN) nos ayuda a valorar una serie de flujos en el tiempo.

4.5. Valor actual neto

- Supongamos que queremos valorar una serie de pagos (P_1, P_2, P_3) e ingresos (I_1, I_2, I_3) durante tres periodos
- El VAN de esta serie de flujos será

$$VAN = I_1 - P_1 + \frac{I_2 - P_2}{1+r} + \frac{I_3 - P_3}{(1+r)^2}$$

- Si hablamos de inversiones, una inversión será buena si su VAN>0 e implicará pérdidas si su VAN<0.

4.5. Valor actual neto

Ejemplo

- Tenemos dos inversiones A y B durante dos periodos.
- A: +100€ +200€
- B: 0€ +310€
- Vamos a elegir cuál es mejor según el criterio del VAN.

4.5. Valor actual neto

- Si $r = 0,$

$$\left.\begin{array}{l} VAN_A = 300€ \\ VAN_B = 310€ \end{array}\right\} \text{B es mejor}$$

- Si $r = 0{,}2,$

$$\left.\begin{array}{l} VAN_A = 100 + 200/1{,}2 = 266{,}67€ \\ VAN_B = 0 + 310/1{,}2 = 258{,}33€ \end{array}\right\} \text{A es mejor}$$

4.5. Valor actual neto

- **El valor actual en el caso de varios periodos**

$$VAN = \sum_{t=0}^{T} \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

- Donde F_t representa los flujos netos de capital en cada uno de los periodos.

4.5. Valor actual neto

- Instrumentos financieros con determinadas estructuras de pagos.
- Se utilizan para financiar el consumo en uno u otro momento (fuentes de financiación)
- Numerosos tipos de instrumentos financieros: Letras del tesoro, Bonos de empresas.
- El **bono**: instrumento emitido por el Estado o por una sociedad anónima cuyo principal objeto es pedir prestado dinero
  - ➢ El prestatario promete pagar una cantidad fija de dinero **x** (el cupón) en cada periodo hasta una fecha de vencimiento **T**.
  - ➢ En el momento T se pagará una cantidad **F** (valor nominal) al poseedor del bono.

4.5. Valor actual neto

$$VA = \frac{X}{1+r} + \frac{X}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{F}{(1+r)^T}$$

- Caso especial: **Bonos a perpetuidad** (bono que promete pagar x € anuales indefinidamente

$$VAN = \frac{X}{1+r} + \frac{X}{(1+r)^2} + \ldots$$

$$VAN = \frac{1}{1+r}\left[X + \underbrace{\frac{X}{1+r} + \frac{X}{(1+r)^2} + \ldots}_{VAN}\right]$$

$$VAN = \frac{X}{r}$$