UAM
UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE MADRID

Economía de la información y la incertidumbre
3er curso (1º Semestre)
Grado en Economía

Parte I. Tema II:

TEORÍA DE LA DECISIÓN CON INCERTIDUMBRE: UTILIDAD ESPERADA

Bibliografía recomendada: Para el punto **2.1** puede utilizarse Nicholson, capítulo 8; para el **2.2** Nicholson, cap. 8 (ampliación) o Varian, cap. 13; el **2.3** puede consultarse en Nicholson, cap. 9 (ampliación).

Tema II: Aplicaciones de la Teoría de la utilidad esperada

- 2.1. Demanda de seguros
- 2.2. Demanda de activos financieros
- 2.3. Búsqueda de información

Tema II: Aplicaciones de la Teoría de la utilidad

En este tema nos centramos en algunos de los ejemplos más relevantes en la aplicación de la teoría de la utilidad esperada a situaciones de la vida cotidiana.

Para ello, nos vamos a centrar en los siguientes ejemplos:

Demanda de seguros
Demanda de activos financieros
Búsqueda de información

2.1. Demanda de Seguros:

Vamos a estudiar la demanda de seguros, como ejemplo de aplicación de la utilidad esperada.

Consideramos un individuo adverso al riego, con una riqueza inicial de w, que se enfrenta con probabilidad π a la concurrencia de un siniestro con una pérdida de l.

2.1. Demanda de Seguros:

Contratación de un seguro:

Cobertura: k

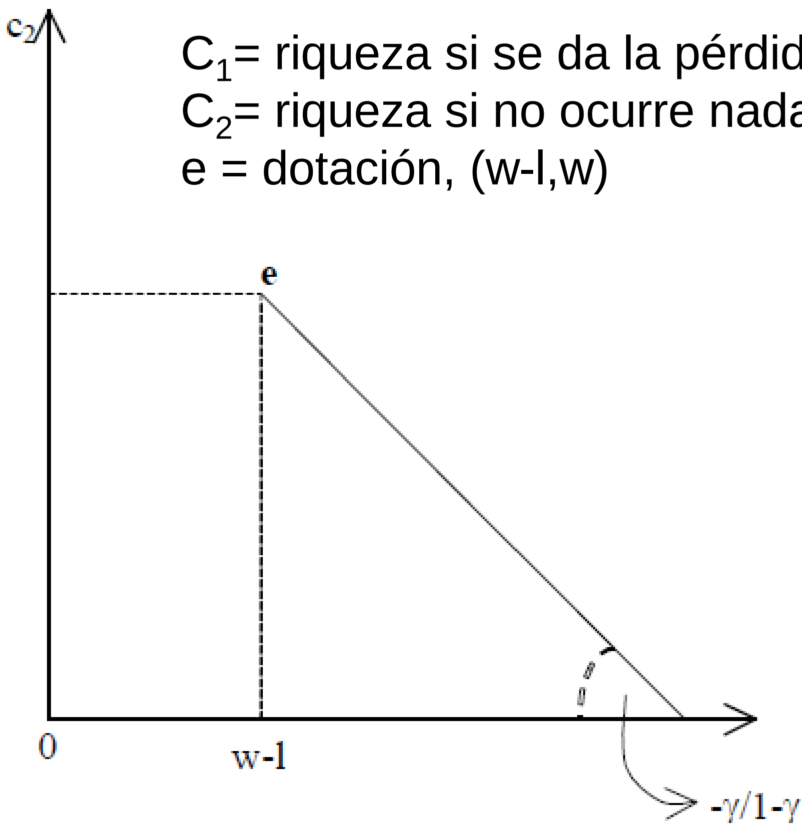
Pago: γk

Siendo, γ la prima por cantidad asegurada

2.1. Demanda de seguros

Análisis gráfico:

Riqueza en ambos estados.



C_1= riqueza si se da la pérdida
C_2= riqueza si no ocurre nada
e = dotación, (w-l,w)

Cuando el individuo se asegura resigna γk en el estado 2, a cambio de $k - \gamma k$ en el estado 1.

Así pues, la relación a la que puede intercambiar riqueza es:

$$\left.\frac{\partial C_2}{\partial C_1}\right|_w = \frac{\gamma k}{k - \gamma k} = \frac{1}{1-\gamma}$$

2.1. Demanda de seguros

Problema maximizador del individuo:

El individuo elige la cantidad a asegurar, sujeto a la restricción impuesta por su riqueza y por el precio al que puede comprar el seguro.

$$MaxU(a) = \pi u(c_1) + (1 - \pi) u(c_2)$$

Siendo,

$$c_1 = w - l - \gamma k + k$$

$$c_2 = w - \gamma k$$

2.1. Demanda de seguros

Problema maximizador del individuo:

Reemplazando en la función de utilidad:

$$MaxU(a) = \pi u\left(w - l - \gamma k + k\right) + \left(1 - \pi\right)u\left(w - \gamma k\right)$$

Derivando con respecto a k obtenemos la condición de primer orden:

$$\frac{\partial U}{\partial k} = \left(1 - \gamma\right)\pi u'\left(c_1\right) - \gamma\left(1 - \pi\right)u'\left(c_2\right) = 0$$

2.1. Demanda de seguros

Problema maximizador del individuo:

Reordenando términos:

$$\frac{\pi u'(c_1)}{(1-\pi)u'(c_2)} = \frac{\gamma}{1-\gamma}$$

2.1. Demanda de seguros

Problema maximizador de la compañía aseguradora:

La empresa maximiza beneficios:

$$\max B = \gamma k - \pi k$$

Si cobra una «prima justa», el beneficio es nulo, B=0, de forma que $\gamma = \pi$. Reemplazando en la condición de primer orden del consumidor:

$$u'(c_1) = u'(c_2)$$

Que se cumple si: $c_1 = c_2$

2.1. Demanda de seguros

Suponiendo que el individuo es adverso al riesgo, la utilidad es cóncava y su derivada decreciente, es decir:

$$u'(c_1) > u'(c_2)$$

Entonces, dado que en la dotación se tiene que $c_1 < c_2$, el individuo encontrará ventajoso reasignar riqueza del estado 2 al 1, es decir, dedicando mayor riqueza a la prima del seguro.

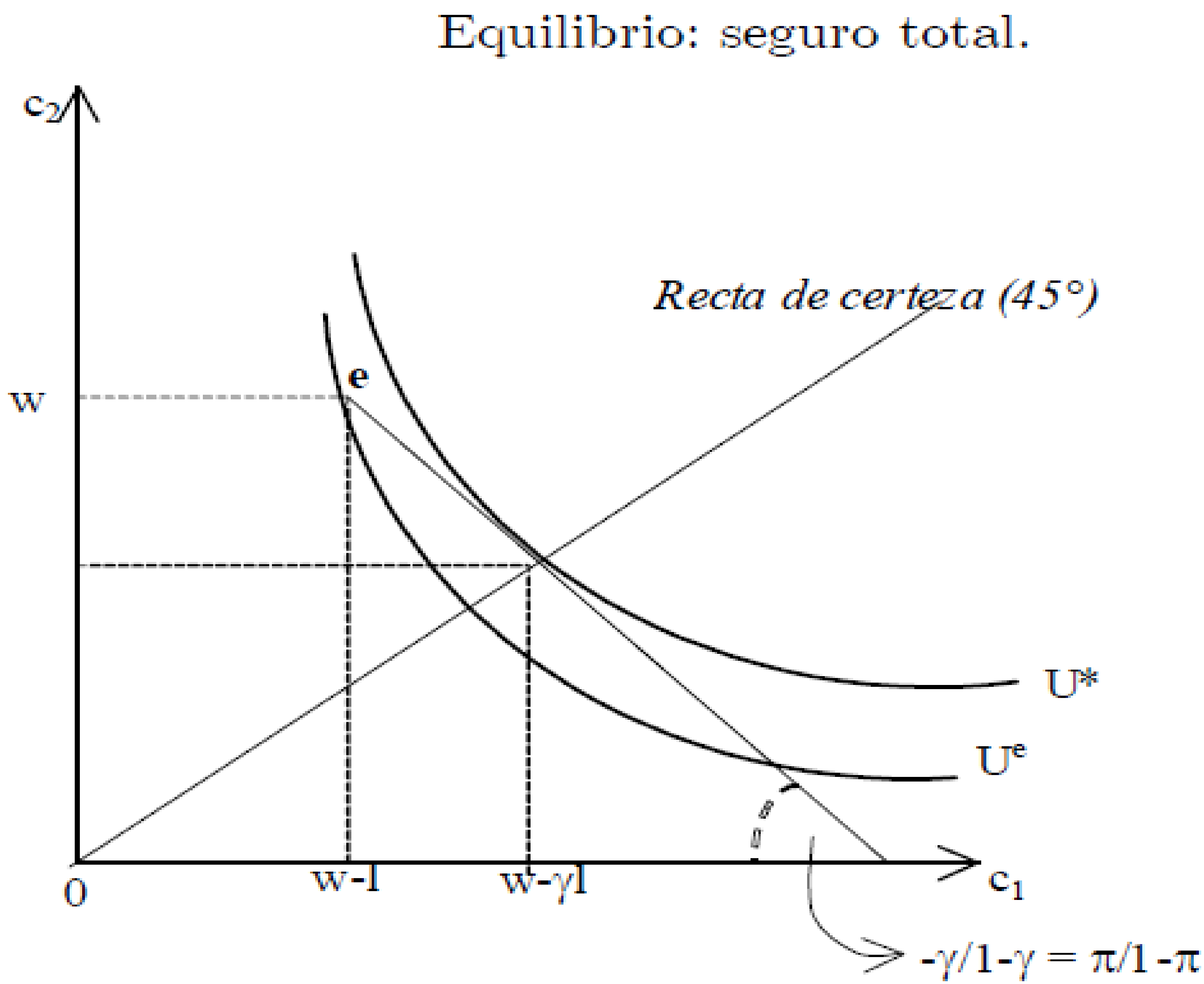
2.1. Demanda de seguros

Utilizando $c_1=c_2$

$$k^* = l$$

Entonces, el individuo averso al riesgo, que tiene la posibilidad de contratar un seguro, pagando la prima justa (igual a la probabilidad del accidente), se asegurará completamente.

2.1. Demanda de seguros



2.1. Demanda de seguros

Suponiendo una prima desfavorable: $\gamma > \pi$. La empresa aseguradora obtiene beneficios.

De la condición de primer orden, y dado que

$$(1-\pi)\gamma > \pi(1-\gamma)$$

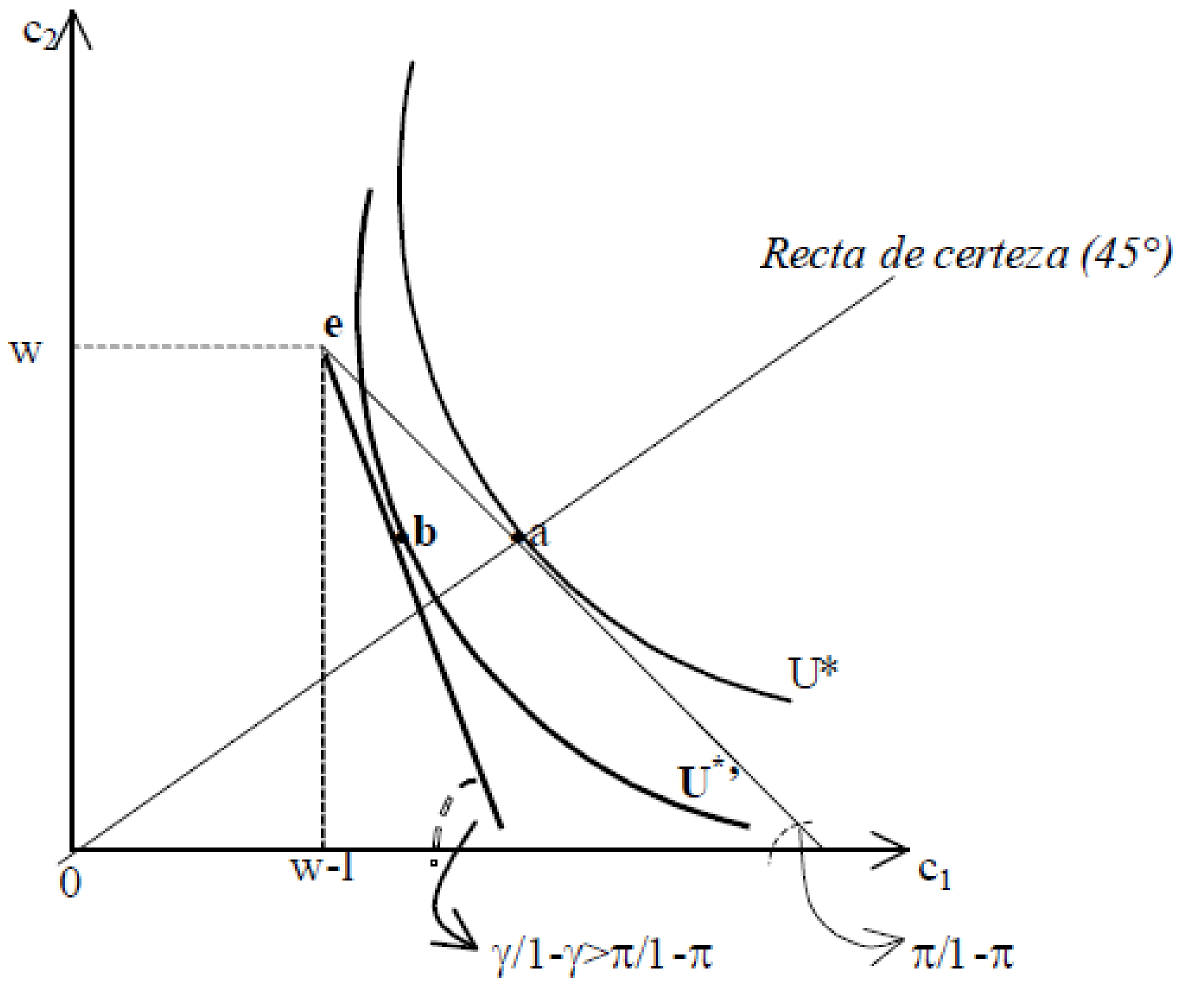
Se tiene en este caso que:

$$u'(c_1) > u'(c_2)$$

Lo que implica: $c_1 < c_2$, y por tanto: $k^* < l$.
El individuo adverso al riesgo, ante una prima desfavorable, decide asegurarse parcialmente.

2.1. Demanda de seguros

Equilibrio: seguro parcial.



2.2. Demanda de activos financieros

Otra de las aplicaciones más comunes de la Teoría de la Utilidad Esperada es la demanda de activos.

Este apartado se centra en las decisiones óptimas de los individuos a la hora de seleccionar su cartera de activos financieros. Para ello supondremos que las preferencias sobre la riqueza esperada son representables mediante una función de utilidad esperada.

2.2. Demanda de activos financieros

Suponemos una economía en la que existen dos tipos de activos financieros:

Activo cierto, rendimiento = R_f
Activo rendimiento incierto = $\tilde{R}$

El individuo dispone de un nivel inicial de riqueza w_0, y debe decidir en que invertir en el activo con riesgo.

2.2. Demanda de activos financieros

Siendo a la cantidad invertida en el activo incierto, la restricción de recursos viene dada por:

$$\tilde{w} = (w_0 - a)(1 + R_f) + a(1 + \tilde{R})$$

Siendo $\tilde{w}$ una variable aleatoria, que depende De $\tilde{R}$.

La función de utilidad esperada $EU(\widetilde{w})$, satisface U´>0 y U´´<0.

2.2. Demanda de activos financieros

Problema de selección de cartera:

$$\underset{a}{Max}\, EU(\tilde{w})$$

$$s.a.\, \tilde{w} = \left(w_0 - a\right)\left(1 + R_f\right) + a\left(1 + \tilde{R}\right)$$

Sustituyendo:

$$\underset{a}{Max}\, EU\left(\left(w_0 - a\right)\left(1 + R_f\right) + a\left(1 + \tilde{R}\right)\right)$$

2.2. Demanda de activos financieros

Simplificando, se obtiene:

$$\underset{a}{Max}\, EU\left(w_0\left(1+R_f\right)+a\left(\tilde{R}-R_f\right)\right)$$

Condición de primer orden, respecto del activo con riesgo:

$$E\left\{U'\left[w_0\left(1+R_f\right)+a\left(\tilde{R}-R_f\right)\right].\left(\tilde{R}-R_f\right)\right\}=0$$

La suficiencia de la condición de primer orden Viene dada por el signo de la segunda derivada:

$$E\left\{U''\left[w_0\left(1+R_f\right)+a\left(\tilde{R}-R_f\right)\right].\left(\tilde{R}-R_f\right)^2\right\}<0$$

2.2. Demanda de activos financieros

Puesto que $\left(\tilde{R} - R_f\right) > 0$ y U´´<0, la condición de segundo orden garantiza la existencia de un máximo.

La prima de riesgo de un activo se define como Su rendimiento esperado menos el rendimiento Libre de riesgo:

$$E\left(\tilde{R} - R_f\right) = E\left(\tilde{R}\right) - R_f$$

2.2. Demanda de activos financieros

$$E\left(\tilde{R}-R_f\right)=E\left(\tilde{R}\right)-R_f > 0 \Rightarrow$$

Los individuos invierten a>0 en activos con riesgo.

$$E\left(\tilde{R}-R_f\right)=E\left(\tilde{R}\right)-R_f = 0 \Rightarrow$$

Con U´´=0 los individuos son indiferentes.

$$E\left(\tilde{R}-R_f\right)=E\left(\tilde{R}\right)-R_f \neq 0 \Rightarrow$$

Los agentes compran el activo incierto si la prima de riesgo es positiva, y venden en caso contrario.

2.2. Demanda de activos financieros

Por último, si el individuo es adverso al riesgo, entonces la cartera óptima es única y el signo de a depende de la prima de riesgo de la cartera incierta

2.3. Búsqueda de información

La información puede contribuir a reducir el grado de incertidumbre.

Sin embargo, adquirir información supone un coste. Por lo tanto, a la hora de terminar su conveniencia es preciso tener en cuenta el beneficio y coste de la misma.

2.3. Búsqueda de información

La información puede contribuir a reducir el grado de incertidumbre.

Sin embargo, adquirir información supone un coste. Por lo tanto, a la hora de terminar su conveniencia es preciso tener en cuenta el beneficio y coste de la misma.

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

Suponemos opiniones subjetivas sobre las probabilidades de dos estados "buenos tiempos" (probability = π_g) y "malos tiempos" (probability = π_b)

La información se puede valorar, ya que permite al individuo revisar la estimación de dichas probabilidades.

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

Suponemos que la información se puede medir por el número de mensajes (m) comprados.

Estos mensajes toman valor 1 con probabilidad p o valor 2 con probabilidad (1-p)

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

- Si el mensaje toma valor 1, la persona cree que la probabilidad de buenos tiempo es

$$\pi^1_g \text{ so } \pi^1_b = 1 - \pi^1_g$$

- Si el mensaje toma valor 2, la persona cree que la probabilidad de buenos tiempos es

$$\pi^2_g \text{ so } \pi^2_b = 1 - \pi^2_g$$

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

- Si V_1 es la máxima utilidad cuando el mensaje vale 1
- Si V_2 es la máxima utilidad cuando el mensaje vale 2

La utilidad esperada será:

$$E_{with\ m} = pV_1 + (1 - p)V_2$$

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

¿Qué sucede si el individuo no compra informacion?

Si V_0 = max utilidad sin mensajes

La utilidad esperada es:

$$E_{\text{without } m} = V_0 = pV_0 + (1 - p)V_0$$

2.3. Búsqueda de información

Valor de la información:

Por tanto, la información es valiosa, dado que

$$E_{\text{with } m} > E_{\text{without } m}$$

2.3. Búsqueda de información

Asimetría de la información:

Hay muchas razones para pensar que los costes de la información pueden ser significativamente distintos para los distintos individuos:

- Habilidades diferencias para adquirir información
- Distintas experiencias previas
- Distintos niveles de inversión en adquirir información
- La inversión en servicios de información puede abaratar el coste marginal de adquisición de la misma

Todos estos factores sugieren que el nivel de información puede diferir en función de los participantes

2.3. Búsqueda de información

Riesgo Moral:

Los individuos pueden emprender diversas acciones que pueden afectar a la probabilidad de que se produzca un acontecimiento.

Así por ejemplo, si una persona está totalmente asegurada frente a las pérdidas, tendrá un menor incentivo para tomar costosas precauciones y podrá, por tanto, aumentar la probabilidad de que se produzca una pérdida.

Este comportamiento ante una cobertura de seguros se denomina “riesgo moral”.

2.3. Búsqueda de información

Riesgo Moral:

El efecto de una cobertura de un seguro sobre las decisiones del individuo que hace que las actividades que realiza puedan alterar la probabilidad de incurrir en pérdidas.

2.3. Búsqueda de información

Selección adversa:

Una segunda situación en la que las asimetrias de información pueden afectar a las transacciones del mercado.

Se produce cuando los individuos tienen distintas probabilidades de experimentar un acontecimiento no deseado.

2.3. Búsqueda de información

Selección adversa:

Si, como en el caso del riesgo moral, los individuos conocen mejor las probabilidades que los proveedores de seguros, lor mercados de seguro podrán no funcionar correctamente, porque los proveedores no sean capaces de fijar primas en función de las medidas precisas de la perdida esperada.

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

La forma en la que se puede recopilar información es mediante una búsqueda sistemática.

Por ejemplo, la comprobación de todas las tiendas del país para comprar pasta de dientes no parece una solución óptima.

En este subapartado vamos a analizar algunos modelos sobre estas observaciones de sentido común.

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Suponga que un individuo decide hacer una muestra de n tiendas, comparar sus precios, y comprar en la más barata. La probabilidad de que una tienda ofrezca un precio (P0) y que este precio sea inferior al de las restantes (n-1) es:

$$\left[1-F\left(p_0\right)\right]^{n-1} f\left(p_0\right)$$

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Tomando el valor esperado de todos estos precios se obtiene el precio mínimo esperado que pagará el buscador tras visitar n tiendas:

$$P_{\min}^{n} = \int_{0}^{\infty} \left[1 - F(p)\right]^{n-1} f(p) p\,dp$$

Puesto que (1-F) es menor que uno, este precio mínimo disminuye a medida que aumenta la muestra de tiendas visitadas. También es facil demostrar que la ganancia esperada de añadir una tienda más a la muestra $(P^{n-1} - P^{n})$también disminuye a medida que aumenta n.

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Un buscador maximizador de la utilidad elegirá n de tal forma que la reducción esperada del precio de la enésima búsqueda sea exactamente igual al coste de la búsqueda, c.

Puesto que la busqueda tiene rendimientos decrecientes, los incrementos de c reducirán el valor maximizador de la utilidad de n.

Análogamente, los individuos que tienen mayores costes de búsqueda pagarán mayores precios esperados (sltigler, 1990).

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

La existencia de elevados costes de búsqueda implica que los mercados no tienen por qué cumplir la “ley de único precio”.

Por tanto, los consumidores pueden reducir la dispersión de los precios comprando información sobre precios.

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Una estrategia de búsqueda secuencial que puede ser óptima en diversas circunstancias consiste en que el individuo elija un precio de reserva (P_R) y acepte el primer precio igual o menor.

El precio de reserva debe elegirse de tal manera que la ganancia esperada de una búsqueda mas una vez localizado este sea igual al coste de la busqueda.

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Por tanto, queremos saber el valor esperado de $P_R - P$ para valores de $P < P_R$. Si fijamos este valor igual a c, obtendremos la solución de P_R optimo.

$$C = \int_0^{p_R} \left[P_R - P\right]^{n-1} f\left(p\right) dp$$

2.3. Búsqueda de información

La economía de la búsqueda:

Por último, cabe destacar que la estrategia de búsqueda óptima también dependerá de la distribución de los precios.

Es más probable que los individuos busquen para comprar bienes caros que bienes baratos.

Análogamente, cuanto mayor sea la dispersión de los precios, más óptima sera la busqueda.